

Petre Năchilă

Cătălin Eugen Năchilă

Matematică

**130 teste pentru
grupele de excelență**

Clasa a IV-a

Editura Nomina

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programele școlare în vigoare.

Editor: Alexandru Creangă
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Ilustrația copertei: Sorina Ștefănescu

Pentru comenzi prin poștă: 0757.020.442
0348.439.417

Telefon	Zona
0741.488.918	Oltenia (Dolj, Gorj și Mehedinți), Banat și Transilvania (Alba și Hunedoara);
0748.111.247	Crișana și Transilvania (Sălaj, Cluj, Mureș, Harghita și Covasna);
0751.207.922	Oltenia (Vâlcea și Olt), Transilvania (Brașov și Sibiu) și Muntenia (Argeș, Teleorman și Giurgiu);
0757.020.443	Transilvania (jud. Bistrița-Năsăud) și zona Maramureș;
0746.200.413, 0769.221.685	Buzău, Bacău, Neamț, Suceava; Vrancea, Vaslui, Iași, Botoșani;
0744.429.512	Muntenia (Dâmbovița, Prahova, Brăila, Ialomița și Călărași), Dobrogea și jud. Galați;
0755.107.291, 0769.221.680, 0757.020.440	București

Punct de lucru: Loc. Bradu, DN 65B, nr. 31, jud. Argeș
e-mail: comenzi.nomina@gmail.com
www.edituranomina.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Matematică : 130 teste pentru grupele de excelență : clasa a IV-a
/ Petre Năchilă, Cătălin Eugen Năchilă. - Pitești : Nomina, 2023
ISBN 978-606-535-943-7

I. Năchilă, Cătălin-Eugen

51

Copyright © Editura Nomina, 2023
Toate drepturile aparțin Editurii Nomina.
Reproducerea totală sau parțială fără acordul editorului intră sub incidența legii 8/1996.

Testul Nr. 1

1. Determinați $a + b + c + d$ știind că $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 2016$.
2. Vârsta mamei este de două ori și jumătate mai mare decât vârsta fiului. Peste 2 ani, mama și fiul au împreună 60 ani. Peste câți ani vârsta mamei este dublul vârstei fiului?
3. Determinați 12 numere naturale nenule diferite care au suma egală cu 81.
4. Determinați a din egalitatea $8 + 8 : \{[8 + 8 \cdot (a - 7)] : 8 - 8\} = 12$.

Testul Nr. 2

1. Determinați numerele \overline{abc} , știind că înmulțite cu 3 au produsul egal cu un număr de 3 cifre consecutive.
2. Determinați 7 numere naturale consecutive a căror sumă este cuprinsă între 200 și 500 și se împarte exact la 5.
3. Știind că $\overline{x4y} - \overline{4xz}$ este număr de cel mult două cifre, determinați valorile pe care le poate lua $x + y - z$.
4. Un pix costă cât două caiete, iar 5 pixuri costă cât două stilouri. Suma plătită pentru 3 caiete, 6 pixuri și un stilou este de 120 lei. Cât costă fiecare obiect?

Testul Nr. 3

1. Determinați a din egalitatea:
$$6 \times \{5 \times [4 \times (3a - 1) - 6] - 5\} - 4 = 26.$$
2. Într-o urnă sunt 100 de bile albe, negre și verzi. La 2 bile albe corespund 3 bile negre, iar la 6 bile negre corespund 10 bile verzi. Câte bile sunt din fiecare culoare?

- Determinați numărul numerelor $n = \overline{ab}$ care au suma cifrelor mai mare decât suma cifrelor lui $n + 3$.
- Suma a 4 numere naturale este 480. Împărțind cele 4 numere la 5, se obțin câturile numere naturale impare consecutive, iar resturile egale cu 0. Aflați numerele.

Testul Nr. 4

- Înlocuiți literele diferite cu cifre diferite astfel încât:

$$\text{DOI} + \text{TREI} = \text{CINCI}.$$
 Se vor obține minimum 8 soluții.
- Împărțiți la 3 persoane un număr de 18 sticle cu suc, din care una este goală, 10 sticle sunt pline, iar 7 sunt umplute pe jumătate. Fiecare persoană va primi același număr de sticle și aceeași cantitate de suc.
- Determinați suma numerelor \overline{abc} pentru care $12a + (3b + c) : a = 28$.
- Determinați numărul pentru care diferența dintre doimea și șesimea lui este cu 2016 mai mare decât diferența dintre treimea și sfertul lui.

Testul Nr. 5

- Determinați numerele naturale a și b , știind că $a : 4 + b : 3 = 25$.
- Câte piese de forma

1	1	1	1	1	
1					

 sunt necesare pentru a construi un pătrat de latură 8?
- Fie a suma a patru numere naturale pare consecutive și b suma a trei numere naturale impare consecutive.
 - Determinați cea mai mică diferență $a - b$.
 - Dați trei exemple.
- Determinați numărul \overline{abcd} , știind că $\overline{abcd} + \overline{dcba} = 3993$.

Testul Nr. 37

1. O persoană are 126 lei și dorește să cumpere obiecte de 8 lei fiecare. Primește următoarea ofertă: la 7 obiecte cumpărate, primește un obiect gratuit. Care este numărul maxim de obiecte ce pot fi cumpărate?
2. Un turist a închiriat o barcă pentru 6 ore. În sensul de curgere a râului a mers cu 8 km/h, iar în sensul învers curgerii râului a mers cu 4 km/h. Ce distanță a parcurs?
3. Determinați numărul cifrelor numărului:
$$a = 123\dots891011\dots303132.$$
 - a) Eliminați din a un număr de 48 de cifre, astfel încât să se obțină un număr maxim.
 - b) Eliminați din a un număr de 49 de cifre, astfel încât să se obțină cel mai mic număr posibil.
4. Determinați numerele a, b, c, d , dacă:
$$33 < S = a + b + c + d < 42 \text{ și } a : 2 = 2b = c - 3 = d + 5.$$

Testul Nr. 38

1. Vârsta tatălui este cu 24 ani mai mare decât vârsta fiului, adică de 7 ori mai mare. Peste câți ani vârsta tatălui va fi de două ori și jumătate din vârsta fiului.
2. Se consideră mulțimile $A = \{a, a + 1, a + 2, a + 3\}$, $B = \{b, b + 1, b + 2\}$, unde $a > b \geq 1$. Suma elementelor din A și B luate o singură dată este cel mult egală cu 28. Determinați mulțimile.
3. Determinați suma numerelor de trei cifre din care o cifră este simultan dublul altei cifre și jumătate din altă cifră.
4. Diferența dintre produsul a două numere și fiecare din cele două numere este 35, respectiv 36. Determinați cele două numere.

Testul Nr. 39

1. Determinați numărul natural nenul minim care se poate scrie ca sumă de 4, 5, 6 numere naturale nenule distincte.

2. Scriem șirul numerelor naturale sub forma:

1 2
3 4 5
6 7 8 9
10 11 12 13 14
.....

Determinați suma elementelor de pe linia 8.

3. Care dintre cifrele nenule a fost folosită de mai multe ori în scrierea tuturor numerelor naturale de la 1 la 45?

4. Suma vitezelor a două mobile este de 36 km/h. Știind că un sfert din viteza primului mobil mărită cu 3 km/h este egală cu un sfert din viteza celui de-al doilea mobil mărită cu 4 km/h, determinați:

a) vitezele celor două mobile;

b) distanța parcursă împreună de cele două mobile, dacă primul merge 12 minute, iar al doilea merge 15 minute.

Testul Nr. 40

1. Determinați numerele a, b, c, d , dacă:

$$80 \leq a + b + c + d \leq 89 \text{ și } a - 4 = b + 4 = c : 2 = 2 \cdot d.$$

2. Folosind toate cifrele de la 1 la 7 o singură dată și operațiile de adunare și scădere, obțineți numărul 4 în 4 moduri.

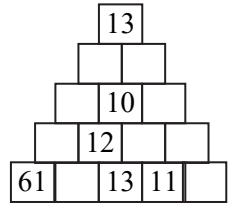
3. Elementele de pe a treia linie se obțin din elementele corespunzătoare de pe primele două linii după aceeași regulă. Determinați a, b, c din tabelul de mai jos.

3	5	5	6	7	10	c
2	3	4	6	8	b	4
5	9	7	6	a	22	16

4. Reconstituiți înmulțirea: $\overline{ab} \cdot \overline{ba} = \overline{cd6}$.

3. Se scriu în ordine strict crescătoare toate numerele naturale care au produsul cifrelor egal cu 0. Al câtelea număr din șir este numărul 2020?

4. Completați căsuțele din figura alăturată, dacă fiecare număr din căsuță este diferența celor două numere aflate sub el.



Testul Nr. 77

1. Aflați suma numerelor de două cifre pentru care împărțind suma cifrelor la diferența lor se obține câtul 3.

2. În scrierea cu bețișoare de mai jos, mutați un bețișor pentru a obține o egalitate.



3. Aflați numărul \overline{mnp} , dacă $2 \cdot (\overline{mnp} + 19) = 19 \cdot \overline{mpr}$.

4. Un sportiv se antrenează pe panta unui deal, pe care sunt amenajate trepte, în modul următor: urcă 9 trepte, coboară 7 trepte și urcă 3 trepte. Se repetă apoi acest „exercițiu”. Considerăm mișcarea ca fiind urcarea unei trepte sau coborârea unei trepte. Câte trepte sunt amenajate (număr minim), dacă sportivul face 2020 mișcări, plecând de pe treapta 0?

Testul Nr. 78

1. Trei copii au împreună o sumă de bani S . După ce primul cheltuie $\frac{1}{2}$ din suma sa, al doilea $\frac{2}{3}$ din suma sa, iar al treilea $\frac{3}{4}$ din suma sa, cele 3 sume rămase (în ordinea prezentată) sunt trei numere impare consecutive. Putem avea:

a) $S = 193$;

b) $S = 203$?

2. În scrierea cu bețișoare de mai jos, pentru a obține egalitate, se poate schimba:
- doar un singur bețișor;
 - dar exact două bețișoare?



3. Un elev are la dispoziție toate cifrele până la 9 astfel încât să poată numerota toate paginile unui caiet. El folosește cifra 8 de 19 ori. Câte pagini are caietul?
4. Determinați numărul numerelor \overline{abc} , unde $5 \leq n \leq 9$, dacă $99 \cdot n + \overline{abc} = \overline{cba}$.

Testul Nr. 79

1. Completați tabelul de mai jos folosind doar numerele 6, 7, 8, 9, 10, astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană să fie 40.

	9		7	
9			6	
	7			9
		10		8
6		9		

2. Determinați a din egalitatea:
 $\{[(a - 6) : 2018 + 2018] : 2019 + 2019\} : 2020 + 2020 = 2021$.
3. Diferența a două numere naturale nenule este egală cu cincimea numărului mai mare. Aflați suma tuturor acestor numere, știind că sunt de maxim două cifre.
4. Determinați numerele naturale \overline{ab} , dacă $\overline{ab} - \overline{ba} = a \cdot b - a$.

Testul Nr. 124

1. Determinați suma numerelor naturale a, b, c , dacă $a \cdot b = 288$, $b \cdot c = 192$ și $a - c = 8$.
2. În 9 cutii se află bile albe, negre, roșii, galbene și verzi. În fiecare cutie se află cel puțin câte o bilă din fiecare culoare. Demonstrați că există cel puțin două cutii cu același număr de bile.
3. Suma a patru numere naturale este 126. Primul număr este cât două treimi din al doilea număr, al treilea număr este media aritmetică a primelor două numere, iar al patrulea număr este cât $\frac{2}{5}$ din al treilea număr. Demonstrați că două numere sunt egale și aflați valoarea lor.
4. Pentru scrierea a două numere a și b se folosesc, o singură dată, fiecare din cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (toate cifrele la un loc pentru ambele numere). Care sunt valorile minime și maxime pentru $S = a + b$ și $D = a - b$ ($D > 0$)?

Testul Nr. 125

1. Suma a trei numere naturale este 61. Jumătatea primului număr este cu 1 mai mare decât treimea celui de-al doilea număr și cu 2 mai mare decât sferțul celui de-al treilea număr. Aflați cele trei numere.
2. Câtul împărțirii a două numere naturale este 8, iar restul este 4. Împărțind suma numerelor la diferența lor, se obține câtul 1 și restul 6. Aflați cele două numere.
3. a) Dintr-un vapor este coborâtă în apă o scară cu distanțele dintre trepte de 40 cm. Deasupra apei rămân 10 trepte. Dacă nivelul apei se ridică cu 2 m, câte trepte rămân deasupra apei?
b) Un fiu al tatălui meu poate să nu fie fratele meu?
4. Determină perechile de numere naturale (n, x) , știind că dacă x se mărește de cinci ori și apoi se adună n , se obține același rezultat ca atunci când x se mărește de n ori și se scade 5.

Testul Nr. 126

- Numiți șase zile la rând, fără a preciza numele lor sau data.
 - Determinați numărul perechilor de numere pare pentru care diferența dintre suma lor și diferența lor este 24.
- Formați 11 pătrate cu 11 bețișoare de lungimi egale, fără a le tăia.
 - Având la îndemână o balanță și o masă marcată de 2 kg, separați 6 kg de zahăr din 7 kg, făcând doar două cântări.
- La un concurs de matematică s-au dat 4 probleme și au participat 40 de elevi. Prima problemă a fost rezolvată de 25 de elevi, a doua problemă a fost rezolvată de 30 de elevi, a treia problemă a fost rezolvată de 35 de elevi, iar a patra problemă a fost rezolvată de 33 de elevi. Care este numărul minim de elevi care au rezolvat toate problemele?
- Cu 16 ani în urmă, bunicului meu îi mai trebuiau, până la împlinirea vârstei de 64 de ani, atâția ani câți ani are astăzi în plus față de această vârstă. Câți ani are bunicul?

Testul Nr. 127

- Poate fi adevărat afirmația următoare a unui copil: „Alaltăieri aveam 10 ani, iar la anul voi avea 13 ani.”?
- Cucul unui ceas cântă la orele întregi de atâtea ori cât arată ora și o dată când arată jumătate de oră. Dacă ceasul pornește de la ora 1:00 (noaptea), ce oră este când cucul a cântat de 77 de ori?
- Se consideră numerele 1, 2, 3, ..., 35. Câte sume egale cu 624 se pot formula luând termeni distincți din numerele date?
- În fiecare din cele 9 pătrate ale unui pătrat mare (A) este scrisă cifra 0. Se alege la întâmplare un pătrat „mijlociu” alcătuit din 4 pătrățele alăturate și se mărește fiecare număr din cele 4 pătrățele cu o unitate. Se repetă operația cu același pătrat mijlociu sau cu alt pătrat mijlociu. După 20 de operații, se ajunge la pătratul B. Aflați numerele din celelalte 6 căsuțe.

0	0	0
0	0	0
0	0	0

A

4		9
2		

B

Soluții

Testul Nr. 1

1. Vom considera cazul în care b, c, d pot fi și egale cu 0. Dacă $a \geq 2$, nu avem soluție. Dacă $a = 1$, rezultă că $\overline{bcd} + \overline{bc} + b = 905$. Evident nu convine $b = 9$ și $b \leq 7$. Dacă $b = 8$, rezultă $\overline{cd} + c = 905 - 888 = 17$. Obținem $\overline{abcd} = 1816$.
2. Fie $5x$ și $2x$ vârstele actuale ale mamei și fiului. Din $5x + 2 + 2x + 2 = 60$ rezultă $x = 8$. Mama are 40 ani, iar fiul are 16 ani. Din $2 \cdot (16 + n) = 40 + n$ rezultă $n = 8$.
3. Cea mai mică sumă a 12 numere naturale nenule este $S = 1 + 2 + \dots + 12 = 78$. Avem $81 - 78 = 3$. Avem soluțiile $(1, 2, 3, \dots, 9, 10, 11, 15)$, $(1, 2, 3, \dots, 9, 10, 12, 14)$, $(1, 2, 3, \dots, 9, 11, 12, 13)$.
4. $8 + 8 : (1 + a - 7 - 8) = 12 \Rightarrow a - 14 = 8 : (12 - 8) = 2 \Rightarrow a = 16$.

Testul Nr. 2

1. Fie $3 \cdot \overline{abc} = \overline{xyz}$, unde $3 \leq x \leq 7, y = x + 1, z = x + 2$. Obținem $300 \cdot a + 30 \cdot b + 3 \cdot c = 111 \cdot x + 12$, de unde $\overline{abc} = 37 \cdot x + 4$. Pentru $x \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$ rezultă $\overline{abc} \in \{115, 152, 189, 226, 263\}$. Pentru cazul $3 \cdot \overline{abc} = \overline{zyx}$ obținem $3 \cdot \overline{abc} = (37 \cdot x - 70) \cdot 3$, de unde $\overline{abc} = 37 \cdot x - 70$. Avem $\overline{abc} \in \{511, 251, 984, 622, 362\}$.
2. Fie numerele $7x - 3, 7x - 2, 7x - 1, 7x, 7x + 1, 7x + 2, 7x + 3$. Atunci $S = 49x$. Deoarece S se împarte exact la 5, avem $x = 5n, n \in \mathbb{N}$. Din $200 < 49 \cdot 5n < 500$ rezultă $n \in \{1, 2\}$ și deci $x \in \{5, 10\}$. Numerele sunt $32, 33, \dots, 37, 38$ sau $67, 68, \dots, 72, 73$.
3. Nu putem avea decât $x = 4$ sau $x = 5$. Dacă $x = 4$, atunci avem $\overline{44y} - \overline{44z} = y - z$ și $x + y - z = 4 + y - z \in \{10, 11, 12, 13\}$. Dacă $x = 5$, avem $\overline{54y} - \overline{45z} = 90 + y - z \leq 99$. Atunci $x + y - z \in \{10, 11, 12, 13, 14\}$.
4. Notăm cu $x, 2x, 5x$ prețurile unui caiet, unui pix, unui stilou. Avem $3x + 6 \cdot 2x + 5x = 120$ și deci $x = 6$ lei, $2x = 12$ lei, $5x = 30$ lei.

Testul Nr. 3

1. $(26 + 4) : 6 = 5; (5 + 5) : 5 = 2; (6 + 2) : 4 = 2; 3a - 1 = 2 \Rightarrow a = 1$.
2. La 10 bile verzi corespund 6 bile negre și 4 bile albe. Avem o „grupă” formată din $10 + 6 + 4 = 20$ bile. În total sunt $100 : 20 = 5$ grupe. Sunt 50 de bile verzi, 30 de bile negre și 20 de bile albe.
3. Avem $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ și $b \in \{7, 8, 9\}$. Sunt $9 \cdot 3 = 27$ de numere.
4. Fie numerele $5(2n + 1), 5(2n + 3), 5(2n + 5), 5(2n + 7)$. Avem $10n \cdot 4 + 5 + 15 +$

$$+ 25 + 35 = 40n + 80 = 480 \Rightarrow n = 10 \Rightarrow \text{numerele } 105, 115, 125, 135.$$

Testul Nr. 4

1. Avem obligatoriu $I = 0$, $T = 9$, $C = 1$. Pentru (O, E) avem cazurile $(3, 8)$, $(7, 4)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$, $(4, 7)$, $(8, 3)$. Pentru $O = 3$, $E = 8$ rezultă $D + R + 1 = 10 + N$. Pentru (D, R, N) avem soluțiile $(4, 7, 2)$, $(5, 6, 2)$, $(6, 5, 2)$, $(7, 4, 2)$. Analog obținem încă 4 soluții pentru $O = 8$, $E = 3$.
2. O sticlă plină are tot atâta suc cât două sticle umplute pe jumătate. Persoanele vor primi: I) 4 sticle pline, 1 sticlă goală și 1 pe jumătate, iar II) și III) câte 3 sticle pline și câte 3 „jumătăți”.
3. Dacă $a = 1$, avem $3b + c = 16$ și atunci $\overline{abc} \in \{137, 144, 151\}$. Dacă $a = 2$, avem $3b + c = 8$ și atunci $\overline{abc} \in \{208, 215, 222\}$. $S = 137 + 144 + 151 + 208 + 215 + 222 = 1077$.
4. Notăm numărul cu $12x$ (12 a fost ales astfel încât să fie cel mai mic număr care se împarte exact la $2, 6, 4, 3$). Avem $6x - 2x = 4x - 3x + 2016$. Rezultă $3x = 2016$ și numărul este $12x = 8064$.

Testul Nr. 5

1. Notăm $a = 4n$, $b = 3m$. Avem $n + m = 25$. Pentru (n, m) avem $m = 25 - n$, unde $n \in \{0, 1, 2, \dots, 24, 25\}$. Pentru (a, b) avem soluțiile $(4n; 3(25 - n))$, unde $n = 0, 25$, adică 26 de soluții.
2. Pentru un dreptunghi 8×4 sunt necesare 8 piese. Pentru pătratul 8×8 sunt necesare 16 piese.
3. a este număr par, iar b este număr impar și $\min(a - b) = 1$. Fie $a = (2m - 2) + 2m + (2m + 2) + (2m + 4) = 8m + 4$; $b = (2n - 1) + (2n + 1) + (2n + 3) = 6n + 3$. Avem $8m + 4 = 6n + 3 + 1 \Leftrightarrow 4m = 3n$. Exemple: $m = 3$, $n = 4$ sau $m = 6$, $n = 8$ sau $m = 9$, $n = 12$.
4. Avem $1001(a + d) + 110(b + c) = 3993$. Avem $a + d < 4$ și cum $1001(a + d) \geq 3993 - 110 \cdot 18$, rezultă că $a + d \in \{2, 3\}$. Dacă $a + d = 2$, rezultă că $110(b + c) = 3993 - 1001 \cdot 2 = 1991$ (fals). Dacă $a + d = 3$, rezultă $b + c = 9$. Se obțin $2 \cdot 10 = 20$ de numere.

Testul Nr. 6

1. $\frac{1}{6} \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}a + 1 \right) + 1 \right] = 8 \cdot 1 - 1 = 7$; $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}a + 1 \right) = 6 \cdot 7 - 1 = 41$; $\frac{1}{2}a + 1 = 4 \cdot 41$;
 $\frac{1}{2}a = 163$; $a = 326$.
2. Fie a, b, c, d cele 4 numere. Presupunem că $a + b + c < 18$, $a + b + d < 18$, $a + c + d < 18$, $b + c + d < 18$. Prin însumare rezultă că $3(a + b + c + d) < 72 \Rightarrow a +$

Testul Nr. 61

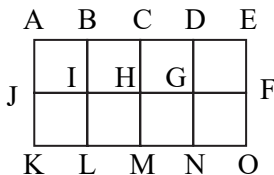
1. Avem $(12a + 3b) + (12b + 3a) = (20 - 5) \cdot 12 \Leftrightarrow a + b = 12$. Cum $3b$ se împarte exact la 12, rezultă că b se împarte exact la 4. Avem deci $b \in \{0, 4, 8\}$. Vârstele pot fi de 6 și 9 ani, respectiv 9 și 6 ani.
2. Numărul de tururi efectuate de atleți este $4n, 5n, 6n, n \in \mathbb{N}^*$. Din $50 \leq 15n \leq 80 \Rightarrow n \in \{4, 5\}$. Avem soluțiile $(16, 20, 25), (20, 25, 30)$.
3. Notăm lungimea și lățimea cu $4a$ și $3a$. Din $3a = 4a : 2 + 6$ rezultă $a = 6$. Perimetrul este $2 \cdot 7a = 14 \cdot 6 = 84$ m.
4. O mașină parcurge în 4 ore cât parcurge cealaltă în 5 ore. Notăm distanțele parcurse cu $5d$ și $4d$. Din $9d = 477$, rezultă $d = 53$. Mașinile au parcurs $5 \cdot 53 = 265$ km, respectiv $53 \cdot 4 = 212$ km.

Testul Nr. 62

1. a) Notăm cu t, m vârstele tatălui și mamei, iar cu s suma vârstelor celor doi copii. Avem $t = 4(s + 2) - 1 = 4s + 7, m = 2(s + 12) - 6 = 2s + 18$. Din $t = m + 1$ rezultă $s = 6, t = 31, m = 30$.
b) Dacă a, b sunt vârstele copiilor, cu $a \leq b$, avem: I) $a = 1, b = 5$; II) $a = 2; b = 4$; III) $a = b = 3$.
2. Fie n numărul de lădițe. Cantitatea este $5n + 22 = 7(n - 8 - 2) + 2 \cdot 3$. Rezultă $n = 43$ și cantitatea de 237 kg.
3. Avem $(a + 1)bc = abc + 30, a(b + 2)c = ab + 48, ab(c + 3) = abc + 60$. Obținem $bc = 30; ac = 24; ab = 20; (abc)(abc) = 30 \cdot 24 \cdot 20 = 120 \cdot 120; abc = 120; a = 120 : 30 = 4; c = 24 : 4 = 6; b = 20 : 4 = 5$.
4. La finalul unei zile complete, melcul a urcat $160 - 40 = 120$ cm. După 6 zile complete, melcul a urcat $6 \cdot 120$ cm = 720 cm. Mai are de urcat $840 - 720 = 120$ cm, care reprezintă trei sferturi din 160 cm. Îi mai trebuie deci trei sferturi din 12 ore, adică 9 ore. Timpul necesar, începând cu urcarea, este 6 zile complete și 9 ore.

Testul Nr. 63

1. Pentru $n = 11$, luăm segmentele de lungimi $2a$: (AC), (CE), (AK), (BL), (CM), (DN), (EO), (JH), (HF), (KM), (NO) ca în figura de mai jos. Avem 8 pătrate de latură a , trei pătrate de latură $2a$ (ACMK, BDNL, CEOM).

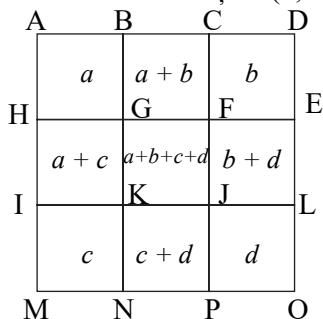


2. Fiecare copil trebuie să primească $(6 + 6 + 9) : 3 = 7$ mere și $(6 \cdot 100 + 6 \cdot 150 + 9 \cdot 200) : 3 = 1100$ grame. Fie a, b și $7 - a - b$ numărul de mere de 100 g, 150 g,

respectiv 200 g. Din $100a + 150b + (7 - a - b) \cdot 200 = 1100$ rezultă $2a + 3b + 28 - 4a - 4b = 22$ și apoi $2a + b = 6$. Pentru (a, b, c) avem cazurile $(0, 6, 1)$, $(1, 4, 2)$, $(2, 2, 3)$, $(3, 0, 4)$. Avem împărțirea:

copilul	mere de 100 g	mere de 150 g	mere de 200 g	cantitatea
primul	1	4	2	1100
al doilea	2	2	3	1100
al treilea	3	0	4	1100
total mere	6	6	9	

3. Pentru fiecare din cele 4 pătrate ACJI, BDLK, HFPM, GEON repetăm procedeul de a, b, c , respectiv d ori. Obținem pătratul din figura 3. Avem $a + b + c + d = 26$, $a + b = 12$, $a + c = 13$. Avem $c + d = 14$, $b + d = 13$, $b = 12 - a$, $c = 13 - a$, $d = a + 1$. Avem soluțiile $(a, 12 - a, 13 - a, a + 1)$, unde $1 \leq a \leq 11$.



a	12	$12 - a$
13	26	13
$13 - a$	14	$a + 1$

Fig. 3

4. a) 14, 16, 13, 15, 18, 20, 17, 19,
 b) Termenii șirului sunt grupați câte 4 și au forma $4n - 2, 4n, 4n - 3, 4n - 1$. În fiecare grupă apar 4 numere naturale consecutive scrise în altă ordine. Avem schema de mai jos. Avem $37 = 4 \cdot 10 - 3$; $42 = 4 \cdot 11 - 2$; $49 = 4 \cdot 15 - 1$; $80 = 4 \cdot 20$. Suma numerelor este $(37 + 1) + (42 + 2) + (59 - 2) + (80 - 1) = 218$.

numărul	locul în șir
$4n - 2$	$4n - 3$
$4n$	$4n - 2$
$4n - 3$	$4n - 1$
$4n - 1$	$4n$

Testul Nr. 64

- Avem $n = 333(a + b)$ și $2331 = 333 \cdot 7$. Cum $2 \leq a + b \leq 18$, atunci n se împart exact la 2331 dacă $a + b = 7$ sau $a + b = 14$. Avem $n = 2331$ sau $n = 4662$.
- Avem $55 = 1 + 2 + 3 + 7 + 8 + 9 + (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ și $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 25$. Numărul m este minim dacă are cât mai puține cifre (cele de la început fiind egale cu 9). Cum $25 = 2 \cdot 9 + 7$, rezultă $m = 123\ 997\ 789$.

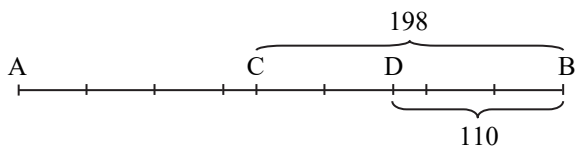
= 11 pâini. Avem $\frac{1}{2}$ din primul rest este egală cu 11 pâini și jumătate. Primul rest este $2 \cdot 11 + 2$ jumătăți = 23 pâini. Avem $\frac{1}{2}$ din cantitatea dată de 23 pâini + $\frac{1}{2}$ pâine. Cantitatea a fost de $23 \cdot 2 + 2$ jumătăți = 47 pâini. Primul a cumpărat $\frac{47}{2} + \frac{1}{2} = 24$, al doilea a cumpărat $\frac{47-24}{2} + \frac{1}{2} = 12$, iar al treilea a cumpărat 6 pâini.

Testul Nr. 92

- $\overline{a000} + \overline{bcd} = 8 \cdot \overline{bcd} + \overline{bcd} - 408 \Rightarrow \overline{a000} = 8 \cdot \overline{bcd} - 408 \Rightarrow u(8d - 8) = 0 \Rightarrow d = 6$ sau $d = 1$. Dacă $d = 6 \Rightarrow \overline{a000} = 8 \cdot (\overline{bc0} + 6) - 408 \Rightarrow 8 \cdot \overline{bc0} - 360 \Rightarrow \overline{a00} = 8 \cdot \overline{bc} - 36 \Rightarrow u(8c - 6) = 0 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow \overline{a00} = 8 \cdot (\overline{b0} + 2) - 36 = 8 \cdot \overline{b0} - 20 \Rightarrow \overline{a0} = 8b - 2 \Rightarrow b = 4$ sau $b = 9$. Dacă $b = 4$, avem $a = 3$ și $\overline{abcd} = 3426$. Dacă $b = 9$, avem $a = 7$ și $\overline{abcd} = 7926$. Dacă $d = 1$, obținem $\overline{abcd} \in \{4551, 8401\}$.
- Suma tuturor numerelor este $1 + 2 + 3 + \dots + 13 = 91$. Dacă cea mai mică sumă din numerele șterse este S , suma tuturor numerelor șterse este $4S$. Fie a numărul rămas, unde $1 \leq a \leq 13$. Avem $4S + a = 91$. Avem $a + 1 = 92 - 4S = 4(23 - S)$. Atunci $a + 1 \in \{4, 8, 12\}$, de unde $a \in \{3, 7, 11\}$.
- Suma celor 18 numere este $1 + 2 + \dots + 18 = 18 \cdot 19 : 2 = 171$. Suma celor 3 numere de pe bilele rămase este $171 - 123 = 48$. Tripletele de 3 numere din numerele 1, 2, 3, ..., 18 cu suma 48 sunt (18, 16, 14), (17, 16, 15). Numărul căutat este 16.
- Într-un an cu 365 zile sunt 52 săptămâni și încă o zi. Zilele apar astfel: una de 53 ori și celelalte de 52 ori. Zilele apar de 52 ori amândouă sau una de 52 ori și următoarea de 53 ori. Dacă anul este bisect, cele trei zile (în ordine crescătoare) apar în variantele (52, 52, 52), (53, 52, 52), (53, 53, 52).

Testul Nr. 93

- Fie lungimea $4a$ și lățimea $3b$. Avem $2(4a + 3b) = 210$, de unde $4a + 3b = 105$. Avem $2 \cdot (4a - 4a + 4 + 3b - 3b : 3) = 150 \Leftrightarrow 3a + 2b = 75$. Atunci avem $8a + 6b = 210$ și $9a + 6b = 215$. Prin scădere rezultă $a = 15$ și apoi $b = (75 - 3 \cdot 15) : 2 = 15$. Dimensiunile sunt $4 \cdot 15 = 60$ cm și $3 \cdot 15 = 45$ cm.
- În figura de mai jos, $BC = 198$ km, $BD = 110$ km. Fie v viteza motociclistului. În 5 ore 30 min - 3 ore 30 min = 2 ore, motociclistul a parcurs $198 - 110 = 88$ km. Viteza motociclistului este de $88 : 2 = 44$ km/oră. În 3 ore 30 minute, ore, motociclistul a parcurs $3 \cdot 44 + 44 : 2 = 154$ km. Distanța AB este $154 + 198 = 352$ km. Altfel, timpul în care a parcurs distanța BD este $110 : 44 = 5 : 2 = 2$ ore 30 minute. În total a mers de la A la B, 2 ore 30 min + 5 ore 30 min = 8 ore și $AB = 8 \cdot 44 = 352$ km.



3. Dacă persoana s-a născut în anul $\overline{20ab} < 2019$, avem $2019 - \overline{20ab} = 2 + a + b$. Rezultă $19 = 10a + b + 2 + a + b$, adică $11a + 2b = 17$. Obținem $a = 1$, $b = 3$ și anul nașterii este 2013. Dacă persoana s-a născut în anul $\overline{19ab}$, avem $2019 - \overline{19ab} = 10 + a + b \Leftrightarrow 10a + b + 10 + a + b = 119 \Leftrightarrow 11a + 2b = 109$, de unde $a = 9$, $b = 5$ și anul nașterii este 1995.
4. Notăm numerele cu $2a$, $3b$ și $4c$. Atunci sunt numere pare consecutive numerele a , $2b$ și $3c$. Avem două cazuri.
- a) $a = 2n$; $2b = 2n + 2$; $3c = 2n + 4$. Rezultă că c este număr par, adică $c = 2m$. Avem $6m = 2n + 4$. Rezultă că c este număr par, adică $c = 2m$. Avem $6m = 2n + 4$ și deci $n = 3m - 2$. Suma a celor 3 numere este $4n + 3(n + 1) + 2n + 4 = 9n + 7 = 9(3m - 2) + 7 = 27m - 11$. Din $95 \leq 27m - 11 \leq 150$ rezultă $4 \leq m \leq 5$ și suma poate fi 97 și 124.
- b) $a = 2n + 4$, $2b = 2n + 2$, $3c = 2n = 6m \Rightarrow n = 3m$, $c = 2m$. Suma celor 3 numere este $2(2n + 4) + 3(n + 1) + 2n = 9n + 11 = 2m + 11$. Din $95 \leq 27n + 11 \leq 150$ rezultă $4 \leq m \leq 5$ și suma poate fi 119 și 146.

Testul Nr. 94

1. a) Fie numerele a și b . Avem $\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)$ din a egal cu a . Avem $\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}\right)$ din b egal cu b . Atunci $a + b = 40 - 15 = 25$.
- b) Notăm numerele $a = 2n$ și $b = 3m$. Atunci rezultă că $n + 2m = 15$ și $3n + 5m = 40$. Cum $n = 15 - 2m$, avem $45 - 6m + 5m = 40$ și deci $m = 5$, $n = 15 - 10 = 10$. Numerele sunt $a = 10$, $b = 15$.
2. Luăm operațiile în sens invers:

A doua cutie	Prima cutie	
48	48	$48 : 2 = 24$
		$48 + 24 = 72$
$48 + 24 = 72$	$48 : 2 = 24$	$72 : 2 = 36$
		$36 + 24 = 60$
$72 : 2 = 36$	$36 + 24 = 60$	$60 : 2 = 30$
$36 + 30 = 66$	$60 : 2 = 30$	$36 + 30 = 66$
$66 : 2 = 33$	$30 + 33 = 63$	$66 : 2 = 33$
		$30 + 33 = 63$

Cum $63 : 2$ nu are rezultatul număr natural, rezultă că avem soluția 63, 33.

3. Numerele din șir sunt de forma $a_n = 6n + 5$, $n \geq 1$.
- a) Fie $\overline{ab} = 6n + 5$, $\overline{ba} = 6m + 5$, $a > b$. Avem $10a + b = 6n + 5$; $10b + a = 6m + 5$.

Cuprins

Testul Nr. 1.....	3	Testul Nr. 33	18
Testul Nr. 2.....	3	Testul Nr. 34	18
Testul Nr. 3.....	3	Testul Nr. 35	19
Testul Nr. 4.....	4	Testul Nr. 36	19
Testul Nr. 5.....	4	Testul Nr. 37	20
Testul Nr. 6.....	5	Testul Nr. 38	20
Testul Nr. 7.....	5	Testul Nr. 39	21
Testul Nr. 8.....	5	Testul Nr. 40	21
Testul Nr. 9.....	6	Testul Nr. 41	22
Testul Nr. 10.....	6	Testul Nr. 42	22
Testul Nr. 11.....	7	Testul Nr. 43	23
Testul Nr. 12.....	7	Testul Nr. 44	23
Testul Nr. 13.....	8	Testul Nr. 45	24
Testul Nr. 14.....	8	Testul Nr. 46	24
Testul Nr. 15.....	9	Testul Nr. 47	25
Testul Nr. 16.....	9	Testul Nr. 48	25
Testul Nr. 17.....	10	Testul Nr. 49	26
Testul Nr. 18.....	10	Testul Nr. 50	26
Testul Nr. 19.....	11	Testul Nr. 51	27
Testul Nr. 20.....	11	Testul Nr. 52	27
Testul Nr. 21.....	12	Testul Nr. 53	28
Testul Nr. 22.....	12	Testul Nr. 54	28
Testul Nr. 23.....	13	Testul Nr. 55	29
Testul Nr. 24.....	13	Testul Nr. 56	29
Testul Nr. 25.....	14	Testul Nr. 57	30
Testul Nr. 26.....	14	Testul Nr. 58	30
Testul Nr. 27.....	15	Testul Nr. 59	31
Testul Nr. 28.....	15	Testul Nr. 60	31
Testul Nr. 29.....	16	Testul Nr. 61	32
Testul Nr. 30.....	16	Testul Nr. 62	32
Testul Nr. 31.....	17	Testul Nr. 63	33
Testul Nr. 32.....	17	Testul Nr. 64	33

Testul Nr. 65.....	34	Testul Nr. 99	52
Testul Nr. 66.....	34	Testul Nr. 100	52
Testul Nr. 67.....	35	Testul Nr. 101	53
Testul Nr. 68.....	35	Testul Nr. 102	54
Testul Nr. 69.....	36	Testul Nr. 103	54
Testul Nr. 70.....	36	Testul Nr. 104	55
Testul Nr. 71.....	37	Testul Nr. 105	55
Testul Nr. 72.....	37	Testul Nr. 106	56
Testul Nr. 73.....	38	Testul Nr. 107	56
Testul Nr. 74.....	38	Testul Nr. 108	57
Testul Nr. 75.....	39	Testul Nr. 109	57
Testul Nr. 76.....	39	Testul Nr. 110	58
Testul Nr. 77.....	40	Testul Nr. 111	58
Testul Nr. 78.....	40	Testul Nr. 112	59
Testul Nr. 79.....	41	Testul Nr. 113	60
Testul Nr. 80.....	42	Testul Nr. 114	60
Testul Nr. 81.....	42	Testul Nr. 115	61
Testul Nr. 82.....	43	Testul Nr. 116	61
Testul Nr. 83.....	43	Testul Nr. 117	62
Testul Nr. 84.....	44	Testul Nr. 118	62
Testul Nr. 85.....	44	Testul Nr. 119	63
Testul Nr. 86.....	45	Testul Nr. 120	63
Testul Nr. 87.....	45	Testul Nr. 121	64
Testul Nr. 88.....	46	Testul Nr. 122	64
Testul Nr. 89.....	47	Testul Nr. 123	65
Testul Nr. 90.....	47	Testul Nr. 124	66
Testul Nr. 91.....	47	Testul Nr. 125	66
Testul Nr. 92.....	48	Testul Nr. 126	67
Testul Nr. 93.....	49	Testul Nr. 127	67
Testul Nr. 94.....	49	Testul Nr. 128	68
Testul Nr. 95.....	50	Testul Nr. 129	68
Testul Nr. 96.....	50	Testul Nr. 130	69
Testul Nr. 97.....	51		
Testul Nr. 98.....	51		

Soluții	70	Testul Nr. 34	82
Testul Nr. 1	70	Testul Nr. 35	82
Testul Nr. 2	70	Testul Nr. 36	82
Testul Nr. 3	70	Testul Nr. 37	83
Testul Nr. 4	71	Testul Nr. 38	83
Testul Nr. 5	71	Testul Nr. 39	83
Testul Nr. 6	71	Testul Nr. 40	84
Testul Nr. 7	72	Testul Nr. 41	84
Testul Nr. 8	72	Testul Nr. 42	84
Testul Nr. 9	72	Testul Nr. 43	85
Testul Nr. 10	73	Testul Nr. 44	85
Testul Nr. 11	73	Testul Nr. 45	85
Testul Nr. 12	74	Testul Nr. 46	86
Testul Nr. 13	74	Testul Nr. 47	86
Testul Nr. 14	75	Testul Nr. 48	87
Testul Nr. 15	75	Testul Nr. 49	87
Testul Nr. 16	75	Testul Nr. 50	87
Testul Nr. 17	76	Testul Nr. 51	88
Testul Nr. 18	76	Testul Nr. 52	88
Testul Nr. 19	76	Testul Nr. 53	88
Testul Nr. 20	77	Testul Nr. 54	89
Testul Nr. 21	77	Testul Nr. 55	89
Testul Nr. 22	77	Testul Nr. 56	90
Testul Nr. 23	78	Testul Nr. 57	90
Testul Nr. 24	78	Testul Nr. 58	90
Testul Nr. 25	78	Testul Nr. 59	91
Testul Nr. 26	79	Testul Nr. 60	91
Testul Nr. 27	79	Testul Nr. 61	92
Testul Nr. 28	79	Testul Nr. 62	92
Testul Nr. 29	80	Testul Nr. 63	92
Testul Nr. 30	80	Testul Nr. 64	93
Testul Nr. 31	80	Testul Nr. 65	94
Testul Nr. 32	81	Testul Nr. 66	94
Testul Nr. 33	81	Testul Nr. 67	95

Testul Nr. 68.....	95	Testul Nr. 100	114
Testul Nr. 69.....	96	Testul Nr. 101	115
Testul Nr. 70.....	96	Testul Nr. 102	116
Testul Nr. 71.....	97	Testul Nr. 103	116
Testul Nr. 72.....	98	Testul Nr. 104	116
Testul Nr. 73.....	98	Testul Nr. 105	117
Testul Nr. 74.....	99	Testul Nr. 106	117
Testul Nr. 75.....	99	Testul Nr. 107	118
Testul Nr. 76.....	100	Testul Nr. 108	118
Testul Nr. 77.....	101	Testul Nr. 109	119
Testul Nr. 78.....	101	Testul Nr. 110	119
Testul Nr. 79.....	102	Testul Nr. 111	120
Testul Nr. 80.....	102	Testul Nr. 112	120
Testul Nr. 81.....	102	Testul Nr. 113	121
Testul Nr. 82.....	103	Testul Nr. 114	122
Testul Nr. 83.....	103	Testul Nr. 115	122
Testul Nr. 84.....	104	Testul Nr. 116	123
Testul Nr. 85.....	105	Testul Nr. 117	123
Testul Nr. 86.....	105	Testul Nr. 118	124
Testul Nr. 87.....	106	Testul Nr. 119	125
Testul Nr. 88.....	107	Testul Nr. 120	125
Testul Nr. 89.....	107	Testul Nr. 121	126
Testul Nr. 90.....	107	Testul Nr. 122	126
Testul Nr. 91.....	108	Testul Nr. 123	127
Testul Nr. 92.....	109	Testul Nr. 124	127
Testul Nr. 93.....	109	Testul Nr. 125	128
Testul Nr. 94.....	110	Testul Nr. 126	128
Testul Nr. 95.....	111	Testul Nr. 127	128
Testul Nr. 96.....	112	Testul Nr. 128	129
Testul Nr. 97.....	113	Testul Nr. 129	129
Testul Nr. 98.....	113	Testul Nr. 130	130
Testul Nr. 99.....	114		