ALGEBRĂ

Capitolul V
NUMERE ÎNTREGI

1 Număr întreg. Reprezentarea pe axa numerelor. Opus. Valoare absolută

Exerciții pentru consolidarea cunoștințelor de bază

1. Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere întregi:
a) –3; +2; –6; 0; –2; +1; +3; b) –1; +1; –2; +2; –8; +8
c) –10; +40; –30; +15; –25; d) 100; 125; 150; –200; –125.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $-3 \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{1}{3} \in \mathbb{Z}$; c) $-\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$; d) $5{,}4 \in \mathbb{Z}$;

e) $+4 \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}$; f) $-5 \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}$; g) $23 \in \mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$; h) $-18 \in \mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$;

i) $\mathbb{N} - \mathbb{Z} = \varnothing$; j) $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \varnothing$; k) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$; l) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$;

m) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

3. Reprezentați pe axă punctele: A(–3), B(+1), C(–6), D(+3), E(–1), F(–5). Arătați că:
a) $[AE] \equiv [EB] \equiv [AF] \equiv [BD]$; b) $[EF] \equiv [ED]$.

4. Reprezentați și notați pe o axă punctele ale căror abscise sunt: 0; +4; –4; –1; –2; +3; +2; –7; +1; +7, apoi precizați perechile ale căror abscise sunt numere opuse.

5. Completați enunțurile următoare, astfel încât ele să fie adevărate:
a) Opusul lui –5 este ……
b) Opusul lui 12 este …….
c) Opusul lui –38 este ……
d) Numerele 63 și ….. sunt opuse
e) Numerele –23 și ….. sunt opuse.

6. Completați tabelul:

a	12		15		0	1105		
$-a$		–9		–24			–50	–348
$\|a\|$								

EXERCIŢII CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

7. Fie mulţimile:

$A=\left\{-2;\frac{1}{2};5,(3);-8;3;0;-1\right\}$; $\mathrm{B}=\{x \mid x\in\mathrm{A} \text{ şi } x\in\mathbb{N}\}$; $\mathrm{C}=\{x \mid x\in\mathrm{A} \text{ şi } x\in\mathbb{Z}-\mathbb{N}\}$;

$\mathrm{D}=\{x \mid x\in\mathrm{A} \text{ şi } x\in\mathbb{Q}_+\}$; $\mathrm{E}=\{x \mid x\in\mathrm{A} \text{ şi } x\in\mathbb{Q}_+-\mathbb{Z}\}$.

a) Determinaţi mulţimile B, C, D, E.

b) Arătaţi că: $B = A \cap \mathbb{N}$; $B \cup C = A \cap \mathbb{Z}$; $D \cap \mathbb{N} = B$; $E \subset D$; $B \subset A \cap \mathbb{Z}$.

8. Calculaţi:

a) $|-5|+|-12|$; b) $|-3|-|-2|+|+6|$; c) $|-26|\cdot|-4|:|-13|$;

d) $|+6|-|2|\cdot|-3|$; e) $|+64|:|-2|^3$; f) $\frac{|-50|}{|-25|}+|-18|$;

g) $|15-9|-4:|8-6|$; h) $|-3|^4:|+3|^2$; i) $|-3|\cdot(|-4|-|-2|)$.

9. Calculaţi:

a) $|29|-3\cdot|9|+|+3|$; b) $\big||+12|-3\cdot|-4|\big|$; c) $\left|5^3-|-50|-|-5|^2\right|$;

d) $\left|3^3-2^3\right|+\left|4^3-3^3\right|$; e) $|2002-2001|^2:|2003-2002|^2$;

f) $\frac{|-2002|}{|+91|}:|-11|$; g) $\big||-18|:|-3|-|-6|\big|$.

10. Determinaţi $x \in \mathbb{Z}$, astfel încât:

a) $|x|=12$; b) $|x|=+35$; c) $|x|=|-3|$;

d) $|-x|=6$; e) $|-x|=|-18|$; f) $|-x|+|x|=20$;

g) $|x|+16=30$; h) $|x|-3=9$; i) $|x|-|4|=5$.

11. Determinaţi $x \in \mathbb{Z}$, ştiind că:

a) $|x-2|=0$; b) $|x-4|+|2x-8|=0$; c) $|x|+|x-2001|=0$;

d) $|x-2002|+|-2003|=0$; e) $|x|+2002\cdot(|x|+2)=0$; f) $|x|^2=44044$.

12. Determinaţi mulţimile: $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = 15\}$; $B = \{y \in \mathbb{Z} \mid -3 < y \le 2\}$;
$C = \{z \in \mathbb{Z} \mid |z| < 3\}$; $D = \{t \in \mathbb{Z} \mid |t| \ge 3\}$. Efectuaţi: $A \cup D$; $B \cup C$; $A \cup C$; $A \cap B$;
$B \cap C$; $B \cap D$; $A \cap D$; $A - B$; $B - C$; $C - D$.

13. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $|-3|<|-5|$; b) $|-12|\le|-11|$; c) $|-8|\ge 8$;

d) $|-16|\ge -16$; e) $|-2003|=|-2002|+|-1|$.

Exerciții cu nivel sporit de dificultate

14. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $|x| \leq 2$ şi $x \in \mathbb{Z}^*$ pentru $x \in \{-2, -1, 1, 2\}$;

b) $|x| \leq 3$ şi $x \in \mathbb{N}^*$ pentru $x \in \{1, 2, 3\}$;

c) Dacă $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 1\}$ şi $B = \{-1, 0, 1\}$, atunci $A = B$;

d) Dacă $A = \{-2, 0, 2\}$ şi $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 6\}$, atunci $A \subset B$;

e) $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 8\} \cap \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \geq 8\} = \varnothing$;

f) $-3 < |x| \leq 4$ şi $x \in \mathbb{Z}^*$ pentru $x \in \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$.

15. Aflați elementele mulțimilor: $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3$ şi $|x| = x\}$; $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 4| \leq 0\}$; $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2$ şi $|x - 2| = x - 2\}$.

16. Aflați elementele mulțimilor: $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3$ şi $|x| = 5\}$; $N = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3$ sau $|x| = 5\}$; $P = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 3$ şi $|x| = 5\}$.

17. Stabiliți valoarea de adevăr pentru următoarele propoziții:

a) $|x - 2| \leq |x - 3|, (\forall)\, x \in \mathbb{Z}$;

b) $|x - 2| \geq |x - 3|, (\forall)\, x \in \mathbb{Z}$;

c) există $x \in \mathbb{Z}$ astfel încât $|x - 2| + |x - 3| = 0$;

d) dacă $x, y \in \mathbb{Z}$ şi $x < y$ atunci $|x| < |y|$.

18. Se dă mulțimea $M = \{-3; 5; 2; 11; -7; 0; -14; 8; 12; -6; 13; 10\}$. Aflați elementele mulțimilor:

a) $A = \{x \in M \mid |x| = x\}$;
b) $B = \{x \in M \mid |x| = -x\}$;
c) $C = \{x \in M \mid |x| = |-x|\}$;
d) $D = \{x \in M \mid |x| < 10\}$.

2 Compararea şi ordonarea numerelor întregi

Exerciții pentru consolidarea cunoştințelor de bază

1. Folosiți semnul „<“ şi scrieți în ordine crescătoare numerele: –2; 0; –5; +3; +1; –12; +2; –8; –10.

2. Folosiți semnul „>“ şi scrieți în ordine descrescătoare numerele: +3; –4;–8; +1; –1; +14; –3; –2; –5.

3. Fie $A = \left\{-5; \frac{7}{2}; +4; -2; 0; 3,5(1); -11; +\frac{13}{3}\right\}$.

a) Scrieți elementele mulțimii A în ordine crescătoare.
b) Care este cel mai mic element al mulțimii A? Dar cel mai mare?
c) Scrieți toate submulțimile mulțimii A formate cu numere întregi negative.
d) Scrieți toate submulțimile mulțimii A formate cu numere naturale.

4. a) Se consideră opt numere întregi consecutive. Să se afle numerele ştiind că cel mai mare este –2.
b) Să se scrie opt numere întregi consecutive ştiind că cel mai mic este –2.

5. Care este cel mai mare număr întreg negativ de trei cifre? Care este cel mai mic număr întreg negativ de trei cifre?

6. Care este cel mai mare număr întreg pozitiv format din patru cifre? Care este cel mai mic număr întreg pozitiv format din cinci cifre?

EXERCIȚII CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

7. Fie $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 3\}$, $B = \{y \in \mathbb{Z} \mid 5 > y \geq -2\}$.
a) Determinați mulțimile A, B.
b) Efectuați: $A \cup B$; $A \cap B$; $A - B$; $B - A$.

8. Comparați:
a) $|3 + 9|$ cu $|-3| + |9|$;
b) $|-3 - 9|$ cu $|-3| + |9|$;
c) $|-3 + 9|$ cu $|3| + |9|$;
d) $|-3 + 9|$ cu $|-3| + |9|$.

9. Completați fiecare căsuță cu unul din semnele: <, =, > astfel încât să obțineți propoziții adevărate:
a) $-7 \square -9$;
b) $3 \square -2$;
c) $|-3| \square 0$;
d) $|-5| \square |5|$;
e) $-(-8) \square |8|$;
f) $-11 \square -5$;
g) $-|13| \square |-13|$;
h) $|3| + |-4| \square |-5| + |-1|$.

10. Aflați x cifră, astfel încât:
a) $-521 < -\overline{52x}$;
b) $-\overline{x7} > -52$;
c) $\overline{37x} > -541$.

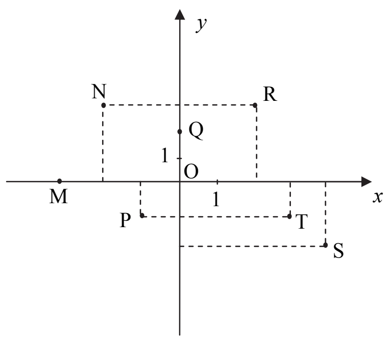
11. Se dă mulțimea $A = \{-5; 2; -1; 0; -2; 1; 3\}$. Să se determine x şi y din A astfel încât şirul de numere: -3; x; 1; y; 5 să fie ordonat crescător.

3 Reprezentarea unui punct cu coordonate întregi într-un sistem de axe ortogonale

EXERCIȚII PENTRU CONSOLIDAREA CUNOŞTINȚELOR DE BAZĂ

1. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale xOy punctele: A(5, 3); B(0, 4); C(–3, 2); D(–1, 0); E(–4, –2); F(3, –5); G(–2, 3); H(0, –2).
a) Determinați punctul cu abscisa cea mai mare.
b) Determinați punctul cu abscisa cea mai mică.
c) Câte puncte au ordonata egală cu +3?
d) Câte puncte au abscisa egală cu +3?
e) Câte puncte se află pe axa Oy? Dar pe Ox?

2. a) Determinați coordonatele punctelor M, N, P, Q, R, S, T din figura alăturată.
b) Arătați că dreapta OQ este mediatoarea segmentului NR.
c) Demonstrați că ΔQNR este isoscel.



d) Demonstrați că [MP] ≡ [NQ].
e) Determinați distanța de la punctul S la axa O*y*.

3. Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale *x*O*y* următoarele puncte: A(0, –4); B(3, 0); C(0, 4); D(–3, 0); E(5, –2); F(6, 0); G(5, 2); H(4, 0).
a) Stabiliți natura patrulaterelor ABCD și EFGH.
b) Determinați distanța de la punctul D la dreapta AC.
c) Determinați distanța de la punctul E la dreapta FH.
d) Arătați că: [EG] ≡ [OA].

Exerciții cu nivel mediu de dificultate

4. Într-un sistem ortogonal de axe *x*O*y* se consideră următoarele puncte: A(–6, 2); B(–5, 0); C(–4, 2); D(–3, 0); E(–2, 2). Arătați că:
a) ΔABC ≡ ΔBCD ≡ ΔCDE;
b) Punctele A, C, E sunt coliniare.

5. Într-un sistem ortogonal *x*O*y* reprezentați desenul din figura 1 (luând ca unitate de măsură, pe ambele axe, latura unui pătrat al caietului de matematică).
a) Determinați:
i) coordonatele punctelor A, B, C, …, Q.
ii) coordonatele mijloacelor segmentelor: [FG], [GH], [IK], [LM].
b) Completați figura 1 cu literele care lipsesc pentru a obține cuvântul *MATEMATICA* și scrieți coordonatele punctelor ce determină fiecare astfel de literă.

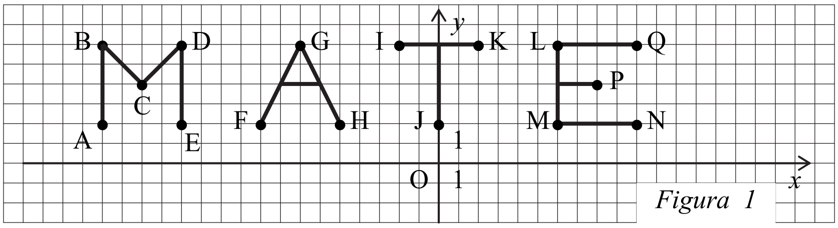


Figura 1

6. Reproduceți desenul din figura 2 (luând ca unitate de măsură pe ambele axe latura unui pătrat al caietului de matematică).
a) Determinați coordonatele punctelor A, B, C, D, …, Q.
b) Stabiliți natura triunghiurilor: ABL, CDE, NOP.
c) Arătați că:
i) ΔDEC ≡ ΔNMP ≡ ΔPQM ≡ ΔIJK;
ii) ΔABL ≡ ΔFGH ≡ ΔNMQ ≡ ΔNPQ.

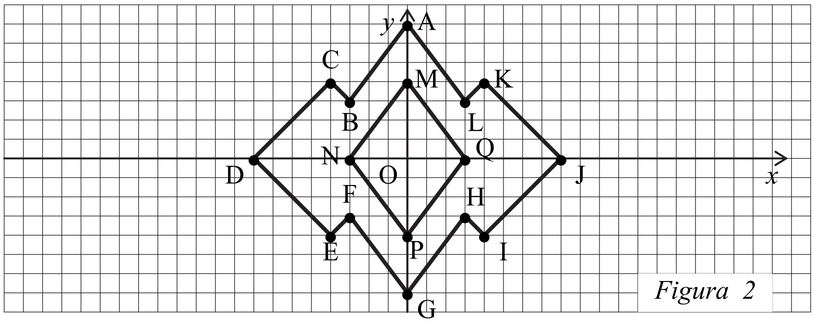


Figura 2

d) Stabiliţi natura patrulaterelor: MNPQ, BFHL, CKIE, ABNM, NFGP.
e) Calculați perimetrele patrulaterelor: BFHL și CKIE.

7. În graficul din figura 3 este reprezentată variația temperaturii între orele 0 și 12 ale unei zile din luna ianuarie.

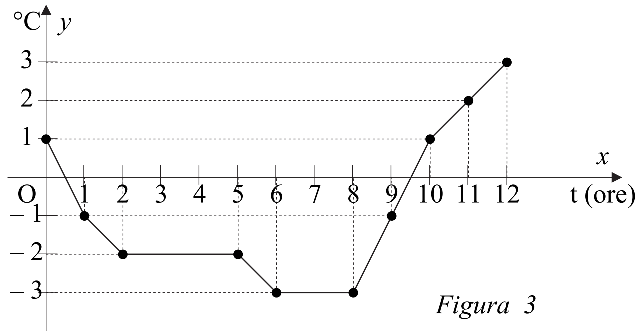


Figura 3

a) Copiați și completați tabelul:

ora	0	1	2	3		5		7		9	10		
temp.	1°	–1°		–2°	–2°		–3°		–3°			+2°	+3°

b) Care este ora la care s-a înregistrat cea mai mare temperatură.
c) În ce interval de timp s-a înregistrat cea mai mică temperatură?
d) Temperatura de –1°C a fost atinsă la orele …….. iar temperatura de 0°C a fost atinsă la orele ………

8. Reproduceți desenul din figura 4 pe caietul de matematică (luând ca unitate de măsură pentru ambele axe latura unui pătrățel).
a) Denumiți punctele care au ordonata cea mai mare și precizați coordonatele lor.
b) Denumiți punctele care au ordonata cea mai mică și precizați coordonatele lor.

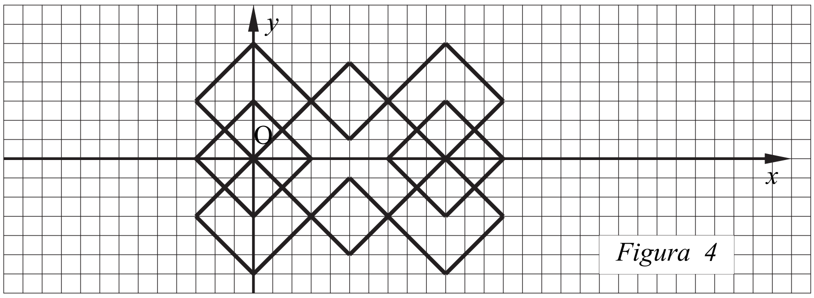


Figura 4

c) Denumiți punctele care au abscisa –3 și precizați ordonatele lor.
d) Denumiți punctele care au abscisa +5 și precizați ordonatele lor.
e) Câte pătrate sunt reprezentate în figura 4?

4 Adunarea numerelor întregi

EXERCIȚII PENTRU CONSOLIDAREA CUNOȘTINȚELOR DE BAZĂ

1. Să se calculeze:

a) –15 + 3; b) –15 + (–3); c) 15 + (–3);
d) –18 +25; e) –18 + (–25); f) 18 + (–25);
g) –23 +14; h) –23 + (–14); i) 23 + (–14);

GEOMETRIE

CAPITOLUL VI
PERPENDICULARITATE

1 Drepte perpendiculare, oblice; distanţa de la un punct la o dreaptă

PROBLEME PENTRU CONSOLIDAREA CUNOŞTINŢELOR DE BAZĂ

1. În figura 1 punctele A, B, C, D $\notin d$. Construiți perpendiculara din fiecare punct pe dreapta d. Estimați și apoi măsurați distanța de la fiecare punct la dreapta d.

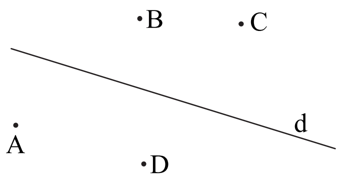


Figura 1

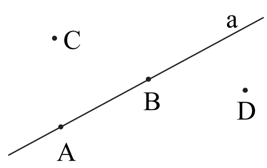


Figura 2

2. În figura 2, A, B $\in a$, iar C, D $\notin a$. Se construiesc: $AA' \perp a$, $A' \notin a$, $BB' \perp a$, $B' \notin a$, $CC' \perp a$, $C' \in a$, $DD' \perp a$, $D' \in a$, astfel ca $AA' = 2$ cm şi $BB' = 1{,}5$ cm.
a) Determinați $d(A', a)$, $d(B', a)$ şi $d(B, a)$.
b) Comparați lungimile segmentelor $[CC']$ şi $[CB]$.
c) Ordonați crescător lungimile segmentelor $[DA]$, $[DB]$ şi $[DD']$.

3. Se construiesc punctele A, B, C, D (în această ordine) care aparțin dreptei a astfel încât $AB = CB = 1$ cm şi $AD = 6$ cm. În semiplane opuse față de dreapta a se construiesc punctele E şi F, astfel încât: $EC = d(E, a) = 2$ cm şi $FC = d(F, a) = 3$ cm. Să se arate că:
a) punctele C, E, F sunt coliniare;
b) $d(D, EF) = 2\, d(A, EF)$;
c) $EA > EB > EC$;
d) $[AC] \equiv [EC]$;
e) $[EB] \equiv [EM]$ şi $[CF] \equiv [MA]$, unde M este mijlocul lui $[AD]$.

4. Desenați un segment MP astfel încât $MP = 8$ cm. Construiți dreapta a, $a \perp MP$, $a \cap MP = \{N\}$ astfel încât $MN = \dfrac{MP}{2}$. Dacă punctele A, B $\in \in a$, $A \neq B$ astfel ca $NA = NB = 4$ cm, demonstrați că:
a) $d(M, a) = d(P, a) = d(A, MP) = d(B, MP)$;
b) $AM = AP = PB = BM$;
c) [MP este bisectoarea unghiului AMB şi [AN este bisectoarea unghiului MAP.

5. În figura 3 AB ⊥ BC şi AD ⊥ CD. Precizaţi:

a) distanţa de la punctul A la dreapta BC; b) distanţa de la punctul A la dreapta CD;
c) distanţa de la punctul C la dreapta AB; d) distanţa de la punctul C la dreapta AD.

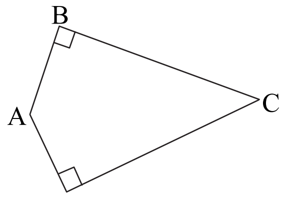


Figura 3

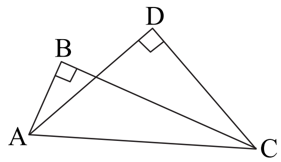


Figura 4

6. În figura 4 AB ⊥ BC şi AD ⊥ CD.

a) Precizaţi care sunt distanţele de la problema 5.
b) Dacă notăm cu O intersecţia dreptelor AD şi BC, precizaţi distanţele de la punctul O la dreptele AB, respectiv CD.
c) Construiţi punctele E şi F în semiplane opuse faţă de dreapta AC astfel ca: AE ⊥ EC şi AF ⊥ FC.

Probleme cu nivel mediu de dificultate

7. În figura 5, OC ⊥ OD. Să se calculeze măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC şi BOD.

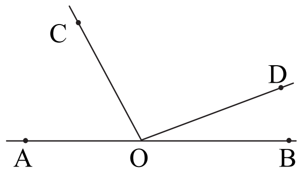


Figura 5

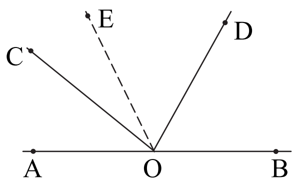


Figura 6

8. În figura 6 OC ⊥ OD. Punctul E se află în acelaşi semiplan cu punctul C faţă de dreapta AB astfel încât ∢AOC ≡ ∢COE. Să se arate că [OD este bisectoarea unghiului EOB.

9. Desenaţi un triunghi ABC obtuzunghic cu m(∢BAC) > 90°. Construiţi perpendiculara din punctul B pe dreapta AC şi perpendiculara din punctul C pe dreapta AB.

10. Desenaţi un triunghi ABC dreptunghic în A. Construiţi perpendiculara din punctul B pe dreapta AC. Precizaţi distanţa de la punctul C la dreapta AB.

11. Construiţi un triunghi ascuţitunghic ABC, DB perpendiculara în punctul B pe latura BC şi EB perpendiculara în punctul B pe latura AB (D şi E aparţin semiplanului determinat de dreapta BC şi punctul A). Demonstraţi că ∢DBE ≡ ∢ABC. Studiaţi cazul în care D şi E se află în semiplane opuse faţă de dreapta BC.

12. Aceleaşi date ca în problema 11 cu excepţia faptului că triunghiul ABC este dreptunghic în B şi aceleaşi cerinţe.

13. Aceeaşi problemă cu 11 în ipoteza că triunghiul ABC este obtuzunghic cu m(∢B) > 90°.

Probleme cu nivel sporit de dificultate

14. Se consideră unghiurile ∢POQ şi ∢POR neadiacente şi complementare, m(∢POQ) = 35°. Se construieşte semidreapta [OS astfel încât m(∢SOR) = 70° şi [OR ⊂ int (∢POS). Dacă [OT este bisectoarea unghiului ∢SOR, să se demonstreze că OS ⊥ OQ şi OP ⊥ OT.

15. Se consideră unghiurile ∢AOB şi ∢AOC neadiacente suplementare cu m(∢AOB) = 48°. Dacă [OD este bisectoarea unghiului ∢BOC, să se arate că OD ⊥ OA.

16. Fie un ∢AOB cu m(∢AOB) < 45° şi semidreapta [OE opusă semidreptei [OA. De aceeaşi parte cu [OB se construiesc CO ⊥ OA şi OD ⊥ OB, astfel încât m(∢DOE) = 4 · m(∢AOB). Să se calculeze măsurile unghiurilor ∢DOE şi ∢EOF, unde [OF este bisectoarea unghiului ∢AOD.

Test de evaluare (10 min.)

1. Construiţi triunghiul DEF, cu m(∢DEF) > 90°. Construiţi perpendiculara din punctul D pe dreapta EF. Construiţi perpendiculara din punctul F pe dreapta DE. Precizaţi d(D, EF) şi d(F, DE).

2. Se consideră unghiurile AOB şi AOC neadiacente suplementare astfel încât m(∢AOB) = = 37°. Ştiind că [OX este bisectoarea unghiului BOC, să se arate că: OX ⊥ OA.

Barem de notare: **1.** 4 p; **2.** 5 p; 1 p din oficiu.

2 Cazurile de construcţie şi criteriile de congruenţă pentru triunghiuri dreptunghice

Probleme pentru consolidarea cunoştinţelor de bază

1. Construiţi un triunghi dreptunghic ABC cu m(∢A) = 90° ştiind că:

a) AB = 2 cm, AC = 3 cm;
b) AB = 4 cm, AC = 3 cm;
c) AB = AC = 3,5 cm;
d) AB = 4 cm, BC = 5 cm;
e) AC = 8 cm, BC = 10 cm;
f) AB = 3 cm, m(∢ABC) = 30°;
g) AB = 6 cm, m(∢ABC) = 60°;
h) BC = 13 cm, m(∢ACB) = 45°;
i) BC = 9 cm, m(∢ACB) = 25°.

2. Fie o dreaptă *d*, A, B ∈ *d*, iar M este mijlocul segmentului [AB]. Construiţi NA ⊥ *d* şi PB ⊥ *d*, astfel încât NA = PB. Să se demonstreze că:

a) NM = PM;
b) ΔNAB ≡ ΔPBA.

3. Fie A, B, C ∈ *d* (în această ordine), astfel încât AB = BC. Construiţi DA ⊥ ⊥ *d*, EB ⊥ *d*, FC ⊥ *d*, astfel încât AD = FC, EB > AD, punctele D, E, F fiind situate în acelaşi semiplan faţă de dreapta *d*. Arătaţi că:

a) ΔAEC este isoscel;
b) ∢EAB ≡ ∢ECB;
c) ΔEAD ≡ ΔECF;
d) ΔBDF isoscel;
e) ΔEDC ≡ ΔEFA.

4. Se consideră dreptele a şi b concurente în punctul O. Punctele A, B $\in a$, A $\neq$ B, OA = OB fiind situate în semiplane opuse faţă de dreapta b. Fie C, D $\in b$, astfel încât CA $\perp a$, DB $\perp a$. Să se arate că:
a) d(D, a) = d(C, a); b) OC = OD; c) d(B, b) = d(A, b).

PROBLEME CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

5. Fie ΔABC, m(∢A) = 90° şi punctul D $\in$ (BA astfel încât BD = AC. Fie ED $\perp$ BD astfel ca ED = AB, E şi C aflându-se în semiplane opuse faţă de AB. Să se arate că:
a) BE = BC; b) ∢DBE ≡ ∢ACB.

6. Fie segmentul [AB] cu lungimea de 3 cm. Construiţi punctele C şi D în acelaşi semiplan faţă de dreapta AB astfel încât CB $\perp$ AB, CB = 2 cm şi DA $\perp$ AB, unde DA este $\frac{3}{2}$ din d(C, AB). Fie E $\in$ (AB) cu proprietatea $\frac{EB}{EA} = \frac{1}{2}$. Să se arate că:
a) AE = BC; b) DE = AC; c) ∢ADE ≡ ∢BAC.

7. În ΔBCD cu BC = BD se construieşte BE $\perp$ CD, E $\in$ (CD). Să se arate că E este mijlocul segmentului [CD] şi [BE este bisectoarea unghiului CBD. Stabiliţi dacă d(E, BC) = d(E, BD).

8. În ΔDEF cu ∢DEF ≡ ∢DFE se construiesc: EA $\perp$ DF, A $\in$ DF şi FB $\perp$ DE, B $\in$ DE. Să se arate că:
a) EA = FB; b) ΔDAE ≡ ΔDBF; c) d(B, DF) = d(A, DE).

9. Fie triunghiul ABC cu AB = AC. Perpendiculara în punctul B pe BA intersectează perpendiculara în C pe CA în punctul D. Să se arate că:
a) BD = DC; b) ∢BAD ≡ ∢CAD; c) AD $\perp$ BC.

10. Se consideră ΔDEF cu DE = EF şi M mijlocul segmentului [EF]. Se construiesc PE $\perp$ EF şi QF $\perp$ EF, unde P şi Q aparţin semiplanului determinat de EF şi D. Ştiind că [PE] ≡ ≡ [QF] să se demonstreze că:
a) ΔPMQ este isoscel; b) ∢DEM ≡ ∢DFM; c) [DP] ≡ [DQ];
d) ∢PMD ≡ ∢QMD; e) MD $\perp$ PQ.

11. Fie ΔABC dreptunghic în A şi ΔABD dreptunghic în B (C şi D se află în semiplane opuse faţă de AB). Ştiind că AC = BD, să se arate că:
a) triunghiurile ABC şi ABD sunt congruente;
b) C, D şi mijlocul segmentului AB sunt puncte coliniare.

12. Fie [AB] $\cap$ [CD] = {O} astfel încât AO = OB şi DO = OC. Să se demonstreze:
a) [AD] ≡ [BC] şi [AC] ≡ [BD];
b) distanţa de la punctul A la dreapta CD este egală cu distanţa de la punctul B la dreapta CD.

PROBLEME CU NIVEL SPORIT DE DIFICULTATE

13. Se consideră ΔABC cu AB = AC, AD $\perp$ BC, D $\in$ BC şi EA $\perp$ AD astfel încât [EA] ≡ [BD], E şi C în acelaşi semiplan faţă de AD. Să se demonstreze:
a) AD este mediatoarea laturii [BC]; b) [AB] ≡ [DE];
c) ∢CAD ≡ ∢EDA; d) [OC] ≡ [OE], unde {O} = DE $\cap$ AC.

14. În exteriorul triunghiului ABC, cu m(∢BAC) = 90° se construieşte semidreapta [CX astfel încât ∢ACB ≡ ∢BCX. Dacă D ∈ [CX şi CA = CD, să se arate că:
a) AB = BD;
b) BC este mediatoarea laturii [AD].

15. Se dau ΔABC, cu m(∢BAC) = 90° şi ΔACD, cu m(∢ACD) = 90°, B şi D de o parte şi de alta a dreptei AC. Dacă ∢ACB ≡ ∢CAD, să se demonstreze:
a) AD = BC şi AB = DC;
b) ΔBAM ≡ ΔDCM, unde M este mijlocul laturii [AC];
c) punctele B, M, D sunt coliniare.

TESTE DE EVALUARE

Testul 1 (15 min.)

1. Se consideră segmentul (AB) şi P mijlocul său. Dacă dreapta *c* trece prin punctul P, să se arate că: d(A, *c*) = d(B, *c*).

2. În triunghiul OAB, M ∈ (AB) astfel încât [MA] ≡ [MB] şi OM ⊥ AB. Să se arate că:
a) [OA] ≡ [OB];
b) ∢OAB ≡ ∢OBA.

3. Construiţi un triunghi dreptunghic DEF, cu m(∢DEF) = 90°, ştiind că DE = 5 cm şi EF = = 6 cm.

Barem de notare: 1-3 câte 3 p; 1 p din oficiu.

Testul 2 (15 min.)

1. Construiţi un triunghi ABC dreptunghic în A astfel încât AB = 5,5 cm şi m(∢ABC) = 40°.

2. În ΔMNP cu ∢MNP ≡ ∢MPN se construiesc: NA ⊥ MP, A ∈ MP şi PB ⊥ MN, B ∈ MN. Să se arate că:
a) [NA] ≡ [PB];
b) ∢ANP ≡ ∢BPN;
c) ΔNAM ≡ ΔPBM.

Barem de notare: **1.** 4 p; **2.** 5p; 1 p din oficiu.

Testul 3 (15 min.)

1. Construiţi un triunghi dreptunghic CDE cu m(∢ECD) = 90°, CD = 3 cm şi DE = 6 cm.

2. În triunghiul ascuţitunghic ABC se construieşte AD ⊥ BC, D ∈ (BC) şi [AX astfel încât [AB este bisectoarea unghiului DAX. Dacă BE ⊥ AX, unde E ∈ AX, să se arate că:
a) [AE] ≡ [AD] şi [BE] ≡ [BD];
b) [BA este bisectoarea unghiului DBE.

Barem de notare: **1.** 4 p; **2.** 5p; 1 p din oficiu.