

MULȚIMI

22 Mulțime; descriere și notații; element; relația de apartenență

Mulțimea este o colecție de obiecte bine determinate și distincte. Obiectele colecției se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu litere mari, iar elementele lor prin litere mici.

Dacă A este o mulțime și a un element al său, vom spune că „ a aparține mulțimii A ” și vom scrie:

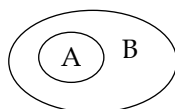
$$a \in A.$$

Dacă elementul b nu se află printre elementele mulțimii A , vom scrie:

$$b \notin A$$

și se va citi „ b nu aparține lui A ”.

Dacă A și B sunt două mulțimi, vom spune că A este inclusă în B dacă fiecare element din mulțimea A se află și în mulțimea B . Vom scrie $A \subset B$, iar vizualizarea se va face astfel:



Două mulțimi A și B sunt egale, prin definiție, dacă sunt îndeplinite simultan condițiile: $A \subset B$ și $B \subset A$. În acest caz vom scrie:

$$A = B$$

și vom înțelege că cele două mulțimi au aceleași elemente.

O mulțime poate fi definită în două moduri:

☆ în mod explicit, prin scrierea efectivă a elementelor mulțimii:

$$A = \{a, b, c\}; B = \{1, 2, 5\};$$

☆☆ printr-o proprietate care caracterizează elementele sale:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}. \text{ Se constată că mulțimea } A \text{ are elementele: } \{0, 1, 2, 3\}.$$

O mulțime poate avea un număr finit de elemente sau un număr infinit de elemente.

Mulțimea \mathbb{N} a numerelor naturale este infinită.

Numărul elementelor unei mulțimi finite se numește **cardinalul** mulțimii. Se notează $\text{Card } A$ sau \overline{A} sau $n(A)$.

Exemplu: Dacă $A = \{0, 1, 5, 7\}$, $\text{Card } A = 4$.

Operații cu mulțimi

Dacă A și B sunt două mulțimi, numim:

⊕ **reuniunea** mulțimilor A și B este mulțimea notată prin $A \cup B$ și definită prin:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\};$$

⊗ **intersecția** mulțimilor A și B este mulțimea notată prin $A \cap B$ și este mulțimea elementelor comune lui A și B :

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\};$$

☛ **diferența** mulțimilor A și B se definește astfel:

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}.$$

Analog, $B \setminus A = \{x \mid x \in B \text{ și } x \notin A\}$.

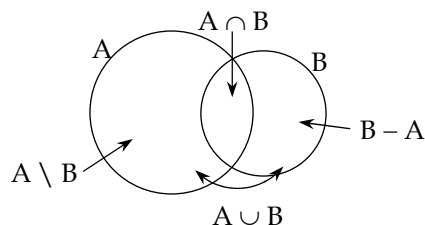


Diagrama Euler-Venn

Mulțimea care nu are niciun element se numește mulțimea **vidă** și se notează prin \emptyset . Dacă două mulțimi A și B au intersecția vidă (nu au elemente comune), vom spune că sunt **disjuncte**.

Se constată că are loc următoarea formulă:

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card } A + \text{Card } B - \text{Card}(A \cap B).$$

EXERCIȚII PENTRU CONSOLIDAREA CUNOȘTINȚELOR DE BAZĂ

1. Scrieți elementele următoarelor mulțimi și reprezentați-le prin diagrame Euler-Venn:

$$A = \{x \mid x \text{ număr par, } x < 7\};$$

$$B = \{2^k \mid k \leq 4\};$$

$$C = \{x \mid x = \text{cifră a numărului } 28756\};$$

$$D = \{x \mid x = \text{cifră a numărului } 14341\};$$

$$E = \{l \mid l = \text{literă a cuvântului „exercițiu”}\}.$$

2. Scrieți valoarea de adevăr a propozițiilor următoare, pentru: $M = \{1, 2, 9, 16, 25\}$:

a) $2 \in M$; b) $3 \in M$; c) $3^2 \in M$;

d) $6 \notin M$; e) $3^2 + 4^2 \in M$; f) $5^0 \in M$;

g) $7^0 \notin M$; h) $2^4 \in M$; i) $0 \notin M$;

j) $20 \in M$; k) $5^2 \notin M$; l) $1^{99} \in M$.

3. Scrieți elementele mulțimilor:

$$A = \{l \mid l \text{ este literă a cuvântului „matematică”}\};$$

$$B = \{n \mid n \text{ este număr par cuprins între } 1995 \text{ și } 2005\};$$

$$C = \{3^n \mid n \geq 0 \text{ și } n \leq 5\};$$

$$D = \{x \mid x \text{ cifră pară}\};$$

$$E = \{y \mid y \text{ cifră impară}\}.$$

EXERCIȚII CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

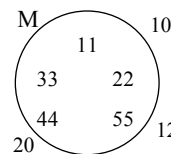
4. Scrieți câte 5 elemente ale mulțimilor:

$$M = \{100; 200; 300; \dots; 100 \cdot n; \dots\};$$

$$P = \{x \mid x \text{ este divizor al numărului } 144\};$$

$$T = \{t \mid t \text{ este multiplu al numărului } 13\}.$$

5. Scrieți într-o altă formă mulțimea: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
6. Pentru fiecare cifră c , scrieți dacă relația $c \in \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$ este adevărată.
7. Priviți diagrama alăturată:
- a) Scrieți toate relațiile de apartenență potrivite acestei diagrame (de exemplu: $11 \in M$, $12 \notin M$).
- b) Scrieți mulțimea M cu ajutorul proprietății ce caracterizează elementele sale.
8. Știind că M este mulțimea numerelor naturale mai mici decât 550, scrieți valoarea logică a propozițiilor:
- a) $5^3 \in M$; b) $7^2 \cdot 11 \in M$; c) $25 + 8^3 \notin M$;
d) $\overline{xyz} \in M$ pentru $x < 4$; e) $(32)^0 \notin M$; f) $2 \cdot 5^2 \cdot 11 \in M$.
9. Scrieți trei mulțimi A , B , C , de câte 3 elemente, astfel ca:
- (1) mulțimea A să fie formată din cifre pare;
(2) mulțimea B să fie formată din cifre impare;
(3) mulțimea C să fie formată din elemente care se obțin însumând un element din A cu unul din B .



EXERCIȚII CU NIVEL SPORIT DE DIFICULTATE

10. Fie $S = \{x \in \mathbb{N} \mid 100 \leq x < 110\}$ și $T = \{x \in S \mid x : 2\}$. Determinați:
- a) $R = \{x \in T \mid x : 5\}$; b) $V = \{x \in S \mid x \notin T\}$.
11. Scrieți elementele mulțimilor:
- $E = \{\overline{aba} \mid a = 2b\}$; $F = \{n = 3k + 1 \mid k \text{ număr natural } \leq 10\}$; $G = \{n = \overline{32xx} \mid n : 5\}$.

22 Relația dintre două mulțimi (relația de incluziune). Submulțime

EXERCIȚII PENTRU CONSOLIDAREA CUNOȘTINTELOR DE BAZĂ

1. Se dau mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x < 7\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 1 < 6\}$.
Stabiliți dacă $A \subset B$ sau $B \subset A$.
2. Scrieți toate submulțimile mulțimii $A = \{0; 1; 2\}$.
3. Determinați mulțimea $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$ și scrieți submulțimile lui B formate din 3 elemente.

EXERCIȚII CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

4. Se dau mulțimile: $A = \{0; 1; 2; 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2^y, \text{ unde } y \in A\}$.
- a) Determinați mulțimea B .
- b) Stabiliți dacă $A \subset B$.
- c) Stabiliți dacă $C \subset A$, unde $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x < 3\}$.

NUMERE RAȚIONALE MAI MARI SAU EGALE CU ZERO; MULȚIMEA Q_+

FRAȚII ORDINARE

Se numește fracție ordinară o scriere de forma $\frac{a}{b}$, în care a și b sunt numere naturale, iar $b \neq 0$.

Numărul a se numește **numărător**, iar numărul b **numitor**. Linia dintre cele două numere se numește **linie de fracție** și semnifică operația de împărțire dintre a și b .

29 Frații echiunitare, subunitare, supraunitare

Dacă $a < b$, atunci fracția $\frac{a}{b}$ este **subunitară**, adică are o valoare mai mică decât 1.

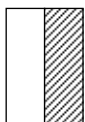
Dacă $a = b$, atunci fracția $\frac{a}{b}$ este **echiunitară** și valoarea sa este egală cu 1.

Dacă $a > b$, atunci fracția $\frac{a}{b}$ este **supraunitară**, adică are o valoare mai mare decât 1.

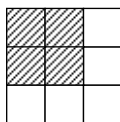
EXERCIȚII PENTRU CONSOLIDAREA CUNOȘTINȚELOR DE BAZĂ

1. Scrieți în dreptul fiecărui desen ce fracție reprezintă partea hașurată:

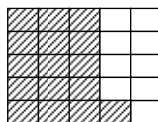
a)



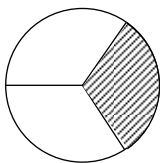
b)



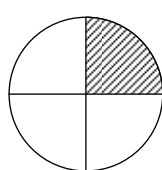
c)



d)



e)



f)



2. Reprezentați prin desene fracțiile: $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{6}$.

3. Scrieți trei fracții cu numitorul 7 și numărătorul mai mic decât numitorul.

4. Scrieți patru fracții cu numărătorul 8 și numitorul mai mic decât 8.

5. Scrieți fracțiile ce se pot forma cu ajutorul numerelor 15, 0 și 11.

6. Scrieți cinci fracții subunitare cu numitorul 8 și reprezentați-le într-o formă grafică.

7. Scrieți șase fracții supraunitare cu numitorul 10.
8. Dați exemple de fracții echiunitare cu numărătorul o cifră nenulă.
9. Ce fracții de forma $\frac{5}{x}$ sunt supraunitare?
10. Scrieți patru fracții supraunitare cu numitorul 100 și numărătorul mai mic decât 150.

EXERCIȚII CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

11. Găsiți elementele mulțimii: $F = \left\{ \frac{x}{y} \mid 2 < x \leq 5, 4 \leq y < 7 \right\}$.
12. Scrieți cinci fracții cu numitorul 24 și al căror numărător să nu fie divizor al lui 24.
13. Scrieți patru fracții cu numărătorul 15 și numitorul divizor al lui 15.
14. Scrieți șase fracții cu numitorul multiplu de 3, iar numărătorul divizor al lui 16.
15. Dacă $m = 2^3 \cdot 2^4 - 2^6 - 2^5$ și $n = 4^{12} : 4^{10} + 2^3$, scrieți fracțiile: $\frac{m}{n}$, $\frac{n}{m}$ și $\frac{m-n}{m+n}$.
16. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{2}{1}, \frac{4}{1}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7} \right\}$ și submulțimile:
 $A = \left\{ \frac{a}{b} \in M \mid \frac{a}{b} < 1 \right\}$, $B = \left\{ \frac{c}{d} \in M \mid \frac{c}{d} > 1 \right\}$ și $C = \left\{ \frac{m}{n} \in M \mid m = n \right\}$.
- a) Arătați că $A \cup B \cup C = M$.
b) Determinați $N \cap (B \cup C)$.
17. Știind că $\frac{9}{x} \in \{1, 3, 9\}$, aflați valorile lui x .
18. Dacă $\frac{x}{17} \in \{0, 1, 2, 3\}$, aflați valorile lui x .
19. Se dă mulțimea $A = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N}^*; a < 5; 2 < b \leq 7 \right\}$.
- a) Să se determine mulțimea A .
b) Să se determine mulțimile A_1, A_2, A_3 , unde:
 $A_1 = \left\{ \frac{m}{n} \mid \frac{m}{n} \in A, \frac{m}{n} < 1 \right\}$, $A_2 = \left\{ \frac{c}{d} \mid \frac{c}{d} \in A, \frac{c}{d} = 1 \right\}$, $A_3 = \left\{ \frac{p}{q} \mid \frac{p}{q} \in A, \frac{p}{q} > 1 \right\}$.
20. Fie fracția $\frac{x}{2}$, cu $x \in \mathbb{N}$. Puneți în locul lui x un număr astfel încât să obțineți o fracție:
a) subunitară; b) echiunitară; c) supraunitară.
21. Aflați $x \in \mathbb{N}^*$ astfel încât fracția $\frac{x-1}{5}$ să fie subunitară.

22. Determinați $a \in \mathbb{N}^*$ astfel încât fracția $\frac{7}{a+2}$ să fie supraunitară.

23. Să se determine $p \in \mathbb{N}$ astfel încât fracția $\frac{p^2-1}{8}$ să fie fracție echiunitară.

EXERCIȚII CU NIVEL SPORIT DE DIFICULTATE

24. Se dau mulțimile $N_1 = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$ și $N_2 = \{y = 2^n \mid n \in \mathbb{N}, n < 5\}$. Scrieți fracțiile supraunitare de forma $\frac{x}{y}$, cu $x \in N_1$ și $y \in N_2$.

TESTE DE EVALUARE

Testul 1

(20 min.)

(2 p) **1.** Scrieți toate fracțiile echiunitare care au:

- a) numărătorul 4, 5, 7 sau 11
- b) numitorul 3, 4, 6 sau 12

(1,5 p) **2.** Scrieți șase fracții subunitare care au ca termeni elemente din mulțimea $\{1; 3; 4; 6\}$.

(1,5 p) **3.** Determinați numărul natural x astfel încât fracția $\frac{x+7}{3x+1}$ să fie supraunitară.

(2 p) **4.** Aflați numerele naturale x și y care verifică simultan egalitățile: $\frac{x}{3} = \frac{6}{y}$ și $x + y = 11$.

(2 p) **5.** Arătați că fracția $\frac{12}{ab+ac}$ este subunitară pentru $a = 3$ și $b + c = 5$.

Testul 2

(20 min.)

(2 p) **1.** Scrieți toate fracțiile supraunitare care au numărătorul 7.

(2 p) **2.** Aflați numărul natural x , știind că $\frac{2+x}{7}$ este fracție echiunitară.

(3 p) **3.** Determinați perechile de numere naturale $(a; b)$ pentru care:

- a) $\frac{a+b}{3}$ este fracție subunitară;
- b) $\frac{4}{a+b}$ este fracție echiunitară;
- c) $\frac{12}{a \cdot b}$ este fracție supraunitară.

(2 p) **4.** Determinați fracțiile subunitare de forma $\frac{5}{9-a}$ cu $a \in \mathbb{N}$. Câte fracții există?

- (1 p) **1.** a) Câte doimi sunt în trei întregi?
 b) Câte pătrimi sunt într-un întreg? Dar în doi întregi?
- (1,5 p) **2.** Scrieți toate fracțiile subunitare care au numitorul 5. Câte fracții sunt?
- (1,5 p) **3.** Scrieți toate fracțiile supraunitare în care numărătorul și numitorul sunt elemente din mulțimea {1; 3; 4; 6}.
- (2 p) **4.** Scrieți fracțiile echiunitare care au la numărător divizori ai lui 6, iar la numitor divizori ai lui 15.
- (3 p) **5.** Aflați x , număr natural, astfel ca fracția $\frac{x+7}{3x+1}$ să fie subunitară, iar x să fie divizor al numărului 12.

30 Aflarea unei fracții dintr-un număr. Procent

$$\frac{a}{b} \cdot n \text{ este } (n : b) \cdot a \text{ sau } \frac{a}{b} \cdot n = \underbrace{\frac{a}{b} + \frac{a}{b} + \dots + \frac{a}{b}}_{\text{de } n \text{ ori}} = \frac{na}{b}.$$

$p\%$ din n este $p \cdot n : 100$

EXERCITII PENTRU CONSOLIDAREA CUNOȘTINȚELOR DE BAZĂ

- 1.** Aflați cât reprezintă $\frac{3}{4}$ din:
 a) 108; b) 56; c) 216; d) 104; e) 384.
- 2.** Aflați:
 a) jumătate din 2506; b) un sfert din 4080;
 c) două cincimi din 100; d) două treimi din 81;
 e) trei optimi din 464; f) șapte zecimi din 80.
- 3.** Aflați cât reprezintă:
 a) $\frac{3}{5}$ din 100 kg; b) $\frac{2}{7}$ din 490 t; c) $\frac{5}{6}$ din 1200 km;
 d) $\frac{3}{11}$ din 1331 m; e) $\frac{8}{9}$ din 243 ℓ.
- 4.** Aflați cât reprezintă $\frac{2}{3}$ din sfertul lui 144.
- 5.** Scrieți ca procent:
 a) 3 sutimi; b) 19 sutimi; c) 125 sutimi;
 d) 50 sutimi; e) 75 sutimi.
- 6.** Aflați:
 a) 6% din 250; b) 25% din 12; c) 12% din 75;
 d) 15% din 300; e) 18% din 4200; f) 123% din 2200.

EXERCIȚII CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

7. Comparați rezultatele calculelor următoare:

a) $a = \frac{4}{5}$ din $\left(\frac{1}{2}$ din 60); $b = \frac{4}{10}$ din 60;

b) $a = \frac{3}{8}$ din $\left(\frac{3}{5}$ din 1200); $b = \frac{9}{40}$ din 1200.

8. Comparați:

a) $\frac{2}{3}$ din 90 cu $\frac{3}{4}$ din 80;

b) $\frac{4}{5}$ din 120 cu $\frac{2}{7}$ din 336.

9. Comparați:

a) $\frac{3}{4}$ din 48 cu $\frac{5}{6}$ din 48;

b) $\frac{7}{8}$ din 64 cu $\frac{15}{16}$ din 64.

10. Un tren parcurge $\frac{7}{15}$ din distanța de 450 km. Câți kilometri a parcurs și ce distanță mai are de mers?

11. Prețul unui produs este 120 lei și crește cu 5%. Care este noul preț ?

12. Au trecut $\frac{5}{8}$ din 48 de ore. Câte ore au mai rămas?

13. Un atlas geografic costă 150 lei. Prețul său crește cu 20%, apoi cu încă 10% din noul preț. Care este prețul după cele două scumpiri?

TESTE DE EVALUARE

Testul 1

(20 min.)

(4 p) **1.** Cât reprezintă:

a) jumătate din 2004;

b) 2% din 150;

c) 50% din 360;

d) $\frac{3}{8}$ din 56;

e) $\frac{1}{4}$ din 1000;

f) $\frac{6}{5}$ din 90?

(3 p) **2.** Comparați 3% din 1500 cu 45% din 1000

(2 p) **3.** Un copil are de parcurs cu bicicleta un drum lung de 12 km. În prima etapă a parcurs $\frac{2}{3}$ din întregul drum. Ce distanță mai are de parcurs?

Testul 2

(20 min.)

(4 p) **1.** Calculați:

a) $\frac{2}{3}$ din 84 m;

b) un sfert din 96 kg;

c) $\frac{3}{8}$ din 120 min;

d) 8% din 450.

- (3 p) **2.** Într-un depozit s-au primit într-o zi 350 kg marfă, iar a doua zi 850 kg. Din cantitatea totală primită în cele două zile s-au vândut în a treia zi $\frac{5}{8}$. Aflați cantitatea rămasă în depozit.
- (2 p) **3.** Comparați: $\frac{3}{4}$ din 1500 kg cu $\frac{1}{8}$ din 9008 kg.

31 Frații echivalente

Două fracții $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt **echivalente** dacă $a \cdot d = b \cdot c$. Scriem $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ și spunem că valorile lor sunt egale.

Prin operațiile de amplificare și simplificare se obțin fracții echivalente.

EXERCIȚII PENTRU CONSOLIDAREA CUNOȘTIINȚELOR DE BAZĂ

- Desenați două pătrate egale și reprezentați într-unul fracția $\frac{1}{2}$, iar în celălalt fracția $\frac{2}{4}$.
Ce observați?
- Care din fracțiile următoare sunt egale: $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{11}{11}$; $\frac{8}{2}$; $\frac{4}{10}$; $\frac{12}{3}$; $\frac{24}{24}$?
- Aflați numărul $x \in \mathbb{N}$ pentru care:
 - $\frac{3}{x} = \frac{4}{8}$;
 - $\frac{x}{7} = \frac{3}{1}$;
 - $\frac{x}{2} = \frac{9}{3}$;
 - $\frac{5}{x} = \frac{10}{8}$;
 - $\frac{4}{12} = \frac{1}{x}$;
 - $\frac{12}{x} = 1$;
 - $\frac{x+2}{6} = \frac{1}{2}$;
 - $\frac{19}{2x+1} = \frac{19}{17}$.
- Scrieți trei fracții egale cu $\frac{2}{3}$.
- Determinați numărul natural x , dacă:
 - $\frac{1}{5} = \frac{x}{5}$; $\frac{6}{x} = \frac{6}{5}$; $\frac{3}{5} = \frac{x+1}{5}$; $\frac{8}{x+2} = \frac{8}{9}$
 - $\frac{6}{2x} = \frac{6}{14}$; $\frac{7}{13} = \frac{2x+1}{13}$; $\frac{5x}{8} = \frac{25}{8}$; $\frac{9}{3x+4} = \frac{9}{19}$
- Găsiți valorile a și b pentru care: $\frac{5}{20} = \frac{a}{8}$ și $\frac{3}{b} = \frac{5}{20}$.
- Scoateți întregii din fracție:
 - $\frac{44}{15}$;
 - $\frac{26}{7}$;
 - $\frac{16}{5}$;
 - $\frac{100}{23}$;
 - $\frac{19}{2}$;
 - $\frac{67}{8}$;
 - $\frac{79}{9}$;
 - $\frac{35}{12}$;
 - $\frac{575}{24}$;
 - $\frac{180}{13}$;
 - $\frac{85}{6}$;
 - $\frac{1274}{12}$;
 - $\frac{2001}{45}$;
 - $\frac{2^6}{3^3}$.

8. Introduceți întregii în fracție:

a) $4\frac{3}{7}$; b) $2\frac{1}{9}$; c) $16\frac{5}{8}$; d) $10\frac{9}{10}$; e) $12\frac{3}{11}$; f) $5\frac{15}{16}$;
g) $19\frac{9}{20}$; h) $8\frac{1}{35}$; i) $3\frac{1}{4}$; j) $7\frac{2}{15}$; k) $9\frac{11}{14}$; l) $2\frac{4}{101}$;
m) $15\frac{7}{15}$; n) $1\frac{2000}{2001}$; o) $175\frac{1}{2}$; p) $36\frac{1}{3}$; q) $99\frac{3}{10}$.

9. Scoateți întregii din fracțiile următoare:

a) $\frac{49}{6}$; b) $\frac{50}{3}$; c) $\frac{69}{7}$; d) $\frac{35}{17}$; e) $\frac{73}{5}$; f) $\frac{124}{15}$; g) $\frac{1000}{7}$;
h) $\frac{95}{8}$; i) $\frac{12}{5}$; j) $\frac{2001}{8}$; k) $\frac{2002}{25}$; l) $\frac{635}{26}$; m) $\frac{84}{79}$; n) $\frac{56}{27}$;
o) $\frac{850}{33}$; p) $\frac{75}{20}$; q) $\frac{166}{13}$; r) $\frac{56}{9}$.

10. Introduceți întregii în fracție:

a) $4\frac{2}{9}$; b) $7\frac{11}{12}$; c) $10\frac{1}{20}$; d) $15\frac{2}{3}$; e) $7\frac{3}{5}$; f) $9\frac{2}{11}$; g) $3\frac{3}{8}$;
h) $7\frac{2}{71}$; i) $21\frac{4}{9}$; j) $20\frac{3}{15}$; k) $18\frac{7}{18}$; l) $22\frac{5}{8}$.

EXERCIȚII CU NIVEL MEDIU DE DIFICULTATE

11. Reprezentați în trei moduri diferite fracția $\frac{1}{4}$.

12. Copiați și completați:

$$\frac{1}{5} = \frac{?}{10}; \quad \frac{2}{7} = \frac{?}{21}; \quad \frac{7}{1} = \frac{35}{?}; \quad \frac{9}{2} = \frac{45}{?}; \quad \frac{7}{8} = \frac{63}{?}; \quad \frac{4}{8} = \frac{?}{2}; \quad \frac{7}{28} = \frac{?}{4}; \quad \frac{15}{21} = \frac{?}{7}$$

13. Aflați cifrele a și b astfel încât $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$.

14. Aflați numărul natural z știind că:

a) $\frac{7}{z} = \frac{z+1}{8}$; b) $\frac{z}{6} = \frac{26}{z+1}$.

15. Aflați numerele naturale x și y care verifică simultan egalitățile: $\frac{x}{3} = \frac{6}{y}$ și $x - y = 7$

16. Aflați numerele naturale a și b care verifică simultan egalitățile: $\frac{x}{9} = \frac{4}{y}$ și $x + y = 20$.