

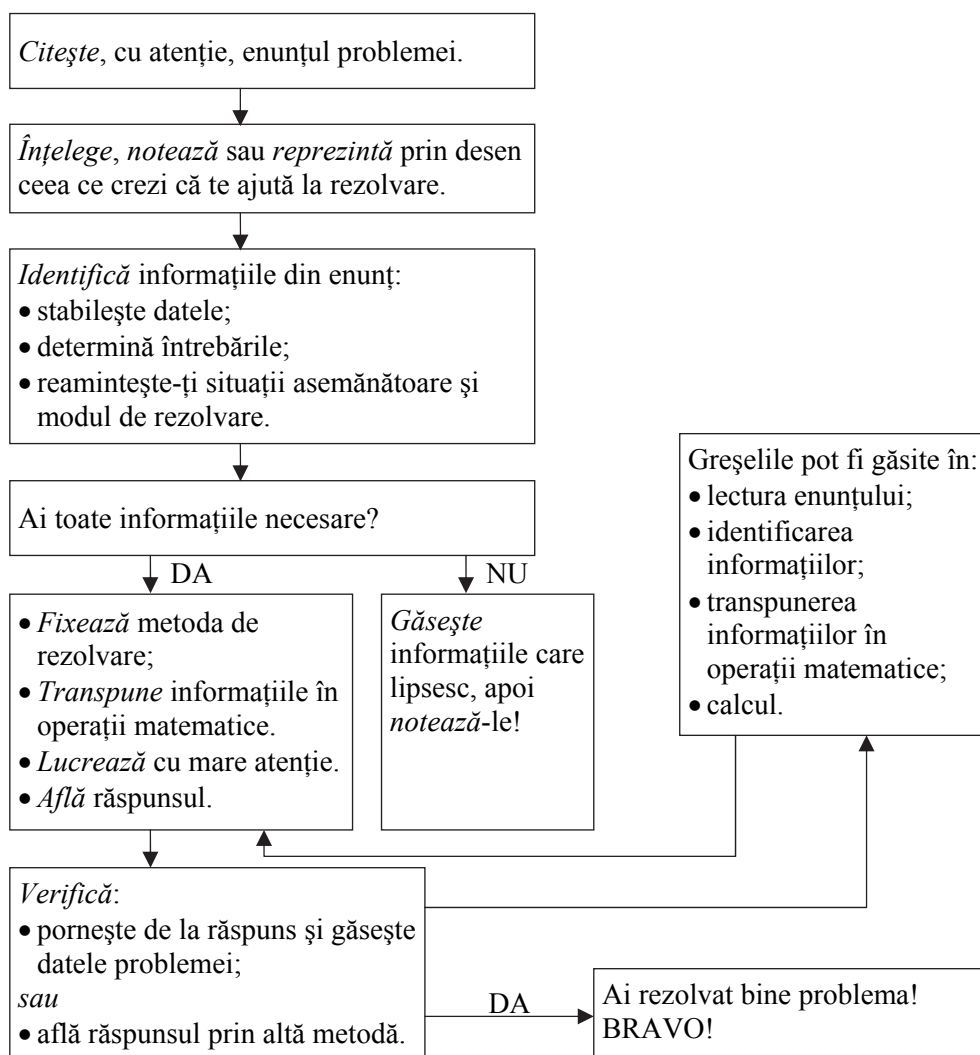
CUPRINS

Cuvânt-înainte	5
Cum gândim și rezolvăm probleme.....	6
Metode pentru rezolvarea problemelor.....	7
Enunțuri	12
Teste	12
Probleme propuse pentru pregătirea concursurilor de matematică la clasa a IV-a ..	62
Probleme date la concursurile de matematică	65
Probleme „curioase” de... demult.....	69
Rezolvări	71
Metode pentru rezolvarea problemelor	71
Teste	77
Probleme propuse pentru pregătirea concursurilor de matematică la clasa a IV-a	150
Probleme date la concursurile de matematică	161
Probleme „curioase” de... demult.....	171
Bibliografie selectivă.....	175

CUM GÂNDIM ȘI REZOLVĂM PROBLEME

În matematică, problema reprezintă transpunerea unei situații practice în limbaj matematic, transpunere folosită cu scopul de a afla una sau mai multe necunoscute.

Urmărește schema de rezolvare a unei probleme, apoi încearcă să o folosești de fiecare dată!



METODE PENTRU REZOLVAREA PROBLEMELOR

1. Metoda rezolvării directe

În această metodă, rezultatul care ni se cere se poate obține printr-o singură operație aritmetică aplicată datelor problemei: adunare, scădere, înmulțire, împărțire.

2. Metoda rezultatelor intermediare

Rezultatul definitiv îl obținem trecând prin unul sau mai multe rezultate intermediare.

3. Metoda reducerii la unitate

Metoda constă în a reduce compararea mărimilor care intervin într-o problemă, prin raportarea lor la o unitate de măsură și a se continua calculele pe baza acelei comparații cu mărimi unitare.

4. Metoda aducerii la același termen de comparație

Uneori, în loc de a face compararea mărimilor care intră într-o problemă, pe baza unităților de măsură corespondente, găsim mai preferabil să le comparăm pe baza unor anumite numere de unități care se prezintă mai ușor și mai natural în tratarea problemei.

5. Metoda ipotezelor

În această metodă, se atribuie rezultatelor valori arbitrare și se verifică dacă acestea convin problemei. Profităm apoi de nepotrivirile găsite pentru a trage unele concluzii în scopul de a afla rezultatul adevărat, cel pe care îl căutăm.

6. Metoda retrogradă

În această metodă, se întrebuițează datele problemei în ordine inversă decât se prezintă acestea în șirul natural al faptelor sau în enunțul problemei.

7. Metoda figurativă

Pentru a ușura judecata și a fixa mai bine și în mod vizibil raționamentele, se reprezintă datele și mai ales rezultatele necunoscute prin linii sau alte figuri reprezentative, cărora li se fac modificările succesive cerute prin enunțul problemei și din care se deduce modul de a rezolva problema sau chiar rezultatul căutat.

Pentru aplicarea metodei, nu este nevoie să se deseneze figuri exacte cu rigla sau compasul, ori la o anumită scară, ci figuri pur reprezentative, cu mâna liberă.

Această metodă este veche și foarte utilă pentru începători, conducând la rezolvarea, prin raționamente, a problemelor de aritmetică. Metoda este un fel de punte de trecere la soluțiile algebrice, căci de fapt figurile sunt o „imagine” a literelor cu care reprezentăm cantitățile cunoscute și necunoscute în algebră.

În privința modului de aplicare a metodelor, se poate realiza o clasificare a lor:

- a) aflarea a două numere când se cunoaște suma și diferența lor;
- b) aflarea a două numere când se cunoaște suma (sau diferența) lor și de câte ori este mai mare (sau mai mic) unul față de celălalt;
- c) probleme diverse (care se pot rezolva, în general, prin metoda grafică).

◆ Aflarea a două numere când se cunosc *suma și diferența lor*

Exemplu:

Suma a două numere este 94, iar diferența lor este 14.

Aflați numerele.

Rezolvare:

Metoda I. Reprezentăm numerele prin două segmente, ca în figura 1a.

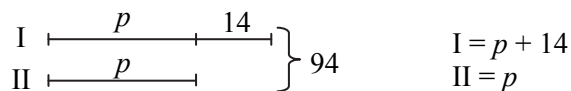


Figura 1a

$$\begin{aligned} \text{Suma numerelor va fi: } & p + 14 + p = 94 \\ & 2p + 14 = 94 \\ & 94 - 14 = 80. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Al doilea număr este: } & 80 : 2 = 40, \\ \text{iar primul număr este: } & 40 + 14 = 54 \\ & \text{sau: } 94 - 40 = 54. \end{aligned}$$

Metoda a II-a. Folosim figura 1b.

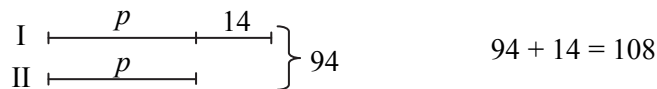


Figura 1b

$$\begin{aligned} \text{Primul număr este: } & 108 : 2 = 54, \\ \text{iar al doilea număr este: } & 54 - 14 = 40 \\ & \text{sau: } 94 - 54 = 40. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Verificare: } & 54 + 40 = 94 \\ & 54 - 40 = 14. \end{aligned}$$

Metoda a III-a. Notăm: suma numerelor – S ,
diferența numerelor – D ,
numărul mare – N ,
numărul mic – n .

Ne folosim de următoarele formule:

$$N = (S + D) : 2 \quad \text{și} \quad n = (S - D) : 2$$

Obținem: $N = (94 + 14) : 2$, $N = 108 : 2$, $N = 54$;
 $n = (94 - 14) : 2$, $n = 80 : 2$, $n = 40$.



Probleme propuse

1. Dacă $a + b = 236$ și $a - b = 36$, aflați cele două numere.
2. Dacă $a + b = 93$ și a este mai mare decât b cu 23, aflați cele două numere.
3. Dacă $a + b = 85$ și b este mai mic decât a cu 27, aflați cele două numere.
4. Lungimea și lățimea unei grădini însumate au 200 m.
Aflați lățimea și lungimea grădinii, știind că lungimea este cu 40 m mai mare decât lățimea.
5. Suma numărului de cărți din două corpuri de bibliotecă este 236, iar diferența lor este 48.
Aflați numărul cărților din fiecare corp de bibliotecă.

◆ **Aflarea a două numere când se cunoaște suma (sau diferența) lor și de câte ori este mai mare (sau mai mic) unul față de celălalt**

Exemple:

1. Un număr este mai mare decât altul de 3 ori, iar suma lor este 924.
Aflați numerele.

Rezolvare:

Dacă reprezentăm al doilea număr printr-un segment, atunci primul număr trebuie reprezentat printr-un segment de 3 ori mai mare (figura 2). Deci, în total, cele două numere sunt reprezentate de două segmente care însumează patru părți egale, o parte reprezentând chiar al doilea număr, iar cele trei părți, primul număr.

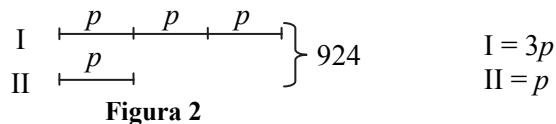


Figura 2

Suma: $3p + p = 924$, $4p = 924$,
 $924 : 4 = 231$ (al doilea număr),

Citește cu atenție textul fiecărei probleme,
așa încât să-i pătrunzi înțelesul!

ENUNȚURI

TESTE

În cele ce urmează, propunem 25 de teste de 6-10 probleme fiecare, dintre care prima este rezolvată ca model, iar celelalte sunt propuse spre rezolvare, fiind asemănătoare ca schemă de rezolvare.

Testul 1

Model de rezolvare

Două numere însumate fac 79. Dacă unul dintre numere este cu 19 mai mare decât celălalt, aflați numerele.

Rezolvare:

Reprezentăm grafic datele problemei:

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad \overline{\hspace{1.5cm} p \hspace{1.5cm}} \quad \overline{\hspace{1.5cm} 19 \hspace{1.5cm}} \\ \text{II} \quad \overline{\hspace{1.5cm} p \hspace{1.5cm}} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array}} \right\} 79 \quad \begin{array}{l} \text{I} = p + 19 \\ \text{II} = p \end{array}$$

Metoda I. Suma este: $p + 19 + p = 79$, $2p + 19 = 79$,
 $79 - 19 = 60$,
 $60 : 2 = 30$ (al doilea număr),
 $30 + 19 = 49$ (primul număr).

Verificare: $49 + 30 = 79$, $49 - 30 = 19$.

Metoda a II-a. $79 + 19 = 98$,
 $98 : 2 = 49$ (primul număr),
 $49 - 19 = 30$ (al doilea număr).

Metoda a III-a. $N = (S + D) : 2$, $N = (79 + 19) : 2$, $N = 98 : 2$, $N = 49$;
 $n = (S - D) : 2$, $n = (79 - 19) : 2$, $n = 60 : 2$, $n = 30$.

1. Doi frați au împreună 358 de timbre. Unul dintre ei are cu 30 de timbre mai mult decât celălalt.
Câte timbre are fiecare?
2. Suma a două numere consecutive este 79.
Aflați numerele.
3. În două lăzi sunt 99 kg de mere.
Aflați câte kilograme de mere se află în fiecare ladă, dacă în una sunt cu 19 kg mai puțin decât în cealaltă.
4. Doi frați au avut împreună 480 lei. După ce unul a cheltuit 120 lei, sumele lor au devenit egale.
Câți lei a avut fiecare?
5. O carte a fost deschisă la o anumită pagină.
Știind că suma numerelor de pe cele două pagini este 179, aflați la ce pagini a fost deschisă cartea.
6. Două povestiri scrise de doi colegi de clasă au în total 73 de rânduri. Primul coleg realizează o povestire cu 29 de rânduri mai lungă decât celălalt coleg.
Câte rânduri are fiecare povestire realizată de cei doi colegi?
7. Două surori au împreună 64 de ani. Dacă una este mai mică decât cealaltă cu 4 ani, aflați ce vârstă are fiecare dintre cele două surori.
8. Doi comercianți au adus la un centru de vânzare a fructelor cantitatea de 73 kg de coacăze.
Știind că primul a cules cu 19 kg mai puține coacăze, aflați câte kilograme a cules fiecare comerciant.
9. Două dosare cu portofoliile unor elevi conțin împreună 244 de pagini. Unul din acestea are cu 38 de pagini mai puțin decât celălalt.
Câte pagini conține fiecare dosar?
10. Mărind cu 12 ℓ cantitatea de miere din două recipiente, obținem 216 ℓ .
Aflați cantitatea din fiecare recipient știind că primul recipient conține cu 28 ℓ mai mult decât al doilea.