Scăderea

• Dacă fracțiile au același numitor, se scad numărătorii și se păstrează numitorul.

$$\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}$$

• Dacă fracțiile au numitori diferiți, se aduc la același numitor se scad numărătorii obținuți, iar la numitor se pune numitorul comun.

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\left(-\frac{c}{d}\right)$$

Înmulțirea

• Un număr natural se înmulțește cu o fracție, înmulțind acel număr cu numărătorul fracției și păstrând numitorul.

$$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}$$

• Produsul a două fracții este tot o fracție care are la numărător produsul numărătorilor și la numitor, produsul numitorilor.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Proprietăți:

Oricare ar fi $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}$:

1. Înmulțirea este comutativă și asociativă:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$$

2. Numărul 1 nu operează la înmulțire (element neutru):

$$\frac{a}{b}\cdot 1=1\cdot\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$$

3. Înmulțirea este distributivă față de adunarea și scăderea numerelor raționale:

$$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}-\frac{e}{f}\right)=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}-\frac{a}{b}\cdot\frac{e}{f}$$

4. Produsul unei fracții cu inversa sa este egal cu 1:

$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1$, inversa fracției $\frac{a}{b}$ este fracția $\frac{b}{a}$

Împărțirea

• Împărțirea a două fracții se face prin înmulțirea primei fracții cu inversa celei de-a doua.

$$\frac{a}{b}:n=\frac{a}{b}\cdot\frac{1}{n}=\frac{a}{b\cdot n}, \text{ oricare } n\in\mathbb{Z}^*$$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

• Valoarea unei fracții dintr-un număr natural se află înmulțind fracția cu numărul.

$$\frac{a}{b} \text{ din } c \text{ este } \frac{a}{b}\cdot c=\frac{a\cdot c}{b}$$

• Valoarea unei fracții dintr-o fracție se află înmulțind cele două fracții.

$$\frac{a}{b} \text{ din } \frac{c}{d} \text{ este } \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

PUTERI CU EXPONENT NUMĂR NATURAL

A^n sau $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$, unde $\frac{a}{b}$ este baza, iar n exponentul puterii, $b\neq 0$.

$A^0=1$; $A^1=A$; $A^2=A\cdot A$; $A^3=A\cdot A\cdot A$ etc.

– produs de puteri:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}=\frac{a^{m+n}}{b^{m+n}};\ b\neq 0,\ m,n\in\mathbb{N};$$

– putere la putere:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}=\frac{a^{m\cdot n}}{b^{m\cdot n}};\ b\neq 0;\ m,n\in\mathbb{N};$$

– produs de numere la o putere:

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)^m=\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^m\cdot\left(\frac{e}{f}\right)^m=\frac{a^m\cdot c^m\cdot e^m}{b^m\cdot d^m\cdot f^m};$$

$$b, d, f\neq 0;\ m\in\mathbb{N};$$

– împărțirea de puteri cu aceeași bază:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m:\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}=\frac{a^{m-n}}{b^{m-n}};$$

$$a, b\neq 0,\ m,n\in\mathbb{N},\ m\geq n$$

– puterea n:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\frac{a}{b}=\frac{a^n}{b^n};$$

– puterea 1 și 0:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1=\frac{a}{b};\ \left(\frac{a}{b}\right)^0=\frac{a^0}{b^0}=\frac{1}{1}=1;\ a,b\neq 0$$

FRACȚII ZECIMALE

• Transformarea fracțiilor ordinare în fracții zecimale se face prin împărțirea numărătorului la numitor. Se deosebesc:

◆ fracții zecimale finite: 10,7

◆ fracții zecimale periodice:

19,(3) = 19,3333…; 25,789(61) = 25,789616161…

• Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare se face după următoarele reguli:

Fracții zecimale finite:

$18{,}5 = \frac{185}{10}$; $1{,}03 = \frac{103}{100}$; $97{,}173 = \frac{97173}{1000}$

Fracții zecimale periodice:

– simple

$1{,}(3) = \frac{13-1}{9} = \frac{4}{3}$; $16{,}(23) = \frac{1623-16}{99}$;

$8{,}(935) = \frac{8935-8}{999}$

– mixte

$1{,}7(3) = \frac{173-17}{90}$; $3{,}5(48) = \frac{3548-35}{990}$;

$11{,}92(7) = \frac{11927-1192}{900}$;

NUMERE IRAȚIONALE

Definiție: Numere reale, care nu sunt raționale, deci care nu pot fi puse sub formă de fracție.

Exemple: $\sqrt{2}$ = raportul dintre diagonala pătratului și latura lui (1,4142...)

∢ = raportul dintre lungimea și diametrul cercului (3,1415...)

Mulțimea numerelor raționale ($\mathbb{Q}$) și mulțimea numerelor iraționale $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ formează mulțimea numerelor reale ($\mathbb{R}$).

OPERAȚII CU RADICALI

Dacă $a \geq 0$; $b \geq 0$; $m \geq 2$; $n \in \mathbb{N}$

• $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$;

• $\sqrt{x^2} = |x|$;

• $\sqrt{x^2} = x$ pentru $x \geq 0$; $\sqrt{x^2} = -x$ pentru $x < 0$;

• $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; $\sqrt{a^2 + b^2} \neq \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$;

• $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$ $(x \geq 0)$;

• $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $(x \geq 0)$; $\sqrt{\frac{1}{y^2}} = \frac{1}{|y|}$, unde $y \neq 0$;

• introducerea factorilor sub radical:

$a \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^3}$ $(a \geq 0)$; $a \cdot \sqrt{b} = -\sqrt{a^2 \cdot b}$ $(a < 0, b \geq 0)$.

• Raționalizarea numitorilor se realizează prin amplificarea fracției cu radicalul de la numitor, după ce s-au scos factorii de sub radicali.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \quad (b > 0);$$

$$\frac{a}{\sqrt{b} \pm \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} \mp \sqrt{c})}{b-c}, \ b, c > 0, b \neq c$$

ECUAȚII, INECUAȚII

Ecuația de gradul I cu o necunoscută

Forma generală: $ax + b = 0$, $a \neq 0$; $a, b \in \mathbb{R}$

a = coeficientul necunoscutei

b = termenul liber

Metodă de rezolvare:

$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$, unde $a \neq 0$

Proprietăți:

1. Ecuația de gradul I cu o necunoscută are soluție unică, pentru $a \neq 0$.
2. Ecuațiile care au aceeași soluție sunt echivalente.

Inecuația de gradul I cu o necunoscută

Forma generală:

$$ax + b > 0$$

(semnul poate fi >, ≥, <, ≤), unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Metodă de rezolvare:

$ax + b > 0 \Rightarrow ax > -b \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$, unde $a \neq 0$.

Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute

Forma generală: $\begin{cases} (1) & a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ (2) & a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$

Metode de rezolvare:

1. Metoda substituției – se explicitează o necunoscută dintr-o ecuație și se înlocuiește în cealaltă rezultând o ecuație de gradul 1 cu o necunoscută, care se rezolvă determinându-se necunoscuta; apoi se determină necunoscuta explicitată inițial.

2. Metoda reducerii – prin amplificări sau simplificări se obține același coeficient și de semne contrarii pentru aceeași necunoscută din cele două ecuații. Se adună ecuația (1) cu ecuația (2) și se obține o ecuație de gradul 1 cu o necunoscută (cealaltă a fost eliminată prin adunare). Se rezolvă această ecuație și se obține soluția pentru o necunoscută. Înlocuind această valoare în oricare din cele două ecuații, determinăm cealaltă necunoscută.

3. Metoda grafică – fiecare ecuație de gradul 1 cu două necunoscute reprezintă în plan o dreaptă. Construim cele două drepte într-un sistem de axe de coordonate rectangulare și determinăm coordonatele x și y ale punctului de intersecție; aceste valori ale lui x și y reprezintă soluția sistemului.

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Pentru lungime – metrul (m)

1 dam = 10 m	1 dm = 0,1 m
1 hm = 100 m	1 cm = 0,01 m
1 km = 1000 m	1 mm = 0,001 m

Pentru suprafață – metrul pătrat (m^2)

1 dam^2 = 100 m^2 = 1 ar
1 hm^2 = 10.000 m^2 = 1 ha (hectar)
1 km^2 = 1.000.000 m^2 = $10^6 m^2$
1 dm^2 = $10^{-2} m^2$
1 cm^2 = $10^{-4} m^2$
1 mm^2 = $10^{-6} m^2$

Pentru volum – metrul cub (m^3)

1 dam^3 = $10^3 m^3$	1 dm^3 = $10^{-3} m^3$
1 hm^3 = $10^6 m^3$	1 cm^3 = $10^{-6} m^3$
1 km^3 = $10^9 m^3$	1 mm^3 = $10^{-9} m^3$

Pentru capacitate – litrul (l) = dm^3

1 dal = 10 l	1 dl = 10^{-1} l
1 hl = 100 l	1 cl = 10^{-2} l
1 kl = 1000 l	1 ml = 10^{-3} l

Pentru masă – kilogram (kg)

1 q = 100 kg	1 hg = 100g = 0,1 kg
1 t = 1000 kg	1 dag = 10g = 0,01 kg
1 v = 10.000 kg = 10 t	1 g = 0,001 kg

Pentru timp – secunda (s)

1 min = 60 s
1 h = 60 min = 3.600 s
1 zi = 24 h = 86.400 s
1 săptămână = 7 zile
1 lună = 28, 29, 30 sau 31 zile
1 an = 12 luni = 365 zile (când luna februarie are 28 zile) sau 366 zile (când luna februarie are 29 zile)
1 deceniu = 10 ani
1 secol = 100 ani
1 mileniu = 1.000 ani

RAPOARTE ŞI PROPORȚII

Raport

Definiție: Raportul a două mărimi a și b de aceeași natură, măsurate cu aceeași unitate de măsură este câtul a / b și reprezintă un număr.

Proporție

Definiție: Egalitatea a două rapoarte.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, unde $\left.\begin{cases} a, d - \text{extremi} \\ b, c - \text{mezi} \end{cases}\right\}$ termenii proporției

Proprietăți:

1. Dacă schimbăm mezii sau extremii între ei se obține o nouă proporție.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \to \frac{d}{b}=\frac{c}{a} \to \frac{d}{c}=\frac{b}{a} \text{ etc.}$$

2. Inversa unei proporții este tot o proporție.
3. Produsul mezilor este egal cu produsul extremilor.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

4. Orice egalitate de forma a·d=b·c se poate scrie ca o proporție:

$$a \cdot d = b \cdot c \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

5. Dacă într-o proporție $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, b = c, avem:

$b^2 = a \cdot d$, adică $b=\sqrt{a \cdot d}$, a > 0, b > 0, d > 0 și b este media geometrică a numerelor a, d.

6. Proporții derivate:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm k \cdot b}{b}=\frac{c \pm k \cdot d}{d};$$

$$\frac{a}{a \pm k \cdot b}=\frac{c}{c \pm k \cdot d},\ k \neq 0$$

$$\frac{a \pm k \cdot c}{b \pm k \cdot d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d};\ \frac{a + k \cdot b}{a - k \cdot b}=\frac{c + k \cdot d}{c - k \cdot d},\ k \neq 0$$

7. Pentru un șir de rapoarte egale (indiferent de numărul rapoartelor):

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_1+a_2+a_3}{b_1+b_2+b_3}$$

Proporționalitatea directă

{a, b, c, d, …, z} și {a', b', c', d', …, z'} sunt proporționale dacă:

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{d}{d'}....\frac{z}{z'}=p,$$

unde p = coeficient de proporționalitate

Proporționalitatea inversă

{a, b, c,... z}şi {a', b', c',... z'} sunt invers proporționale dacă $a \cdot a' = b \cdot b' = c \cdot c' = ... = z \cdot z'$

Regula de trei simplă

Dacă a......................b
c......................x = ?
pentru mărimi direct proporționale rezultă:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

pentru mărimi invers proporționale rezultă:

$$c \cdot x = a \cdot b;\ x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Regula de trei compusă

Se aplică atunci când în probleme intervin 3 sau mai multe mulțimi (fiecare având câte două elemente cunoscute, iar o mulțime cu un element cunoscut şi unul necunoscut). Determinarea necunoscutei se face aplicând succesiv „regula de trei simplă“.

MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI (Z)

$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Opusul unui număr întreg

Numărul întreg	Opusul său
(+a)	–(+a) = (–a)
(–a)	–(–a) = (+a)

Modulul sau valoarea absolută

Definiție: |a| este distanța de la origine la punctul ce reprezintă numărul a, pe axa numerelor.

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ dacă } a > 0 \\ 0, \text{ dacă } a = 0 \\ -a, \text{ dacă } a < 0 \end{cases}$$

Proprietăți:

$\lvert a\rvert \geq 0;\ \lvert a\rvert = 0 \Leftrightarrow a = 0;$	$\lvert -a\rvert = \lvert a\rvert$
$\lvert a \cdot b\rvert = \lvert a\rvert \cdot \lvert b\rvert$	$\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert}\ (b \neq 0)$
$\lvert a\rvert = \lvert b\rvert \Leftrightarrow a = \pm b$	$\lvert x\rvert = a \Rightarrow x = \pm a\ (a > 0)$

$$|x| \leq a \Rightarrow \begin{cases} x \geq -a \\ x \leq a \end{cases} \Rightarrow x \in [-a, a],\ a > 0$$

$|x| > a \Rightarrow x < -a$ sau $x > a\ (a > 0)$

$|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$

Adunarea

• Două numere întregi a şi b care au aceleaşi semn se adună astfel: se adună modulele lor şi se dă sumei semnul comun.

• Două numere întregi care au semne contrare se adună astfel: se scade modulul mai mic din modulul mai mare şi se dă sumei semnul numărului care are modulul mai mare.

Proprietăți:

1. Suma a două sau a mai multor numere întregi este: comutativă: $a + b = b + a$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$
   asociativă: $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$
   admite ca element neutru pe 0:
   $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$
2. Suma dintre un număr întreg şi opusul său este egală cu 0: $a + (-a) = 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$

Scăderea

• Două numere întregi se scad astfel: se adună descăzutul cu opusul scăzătorului. Rezultatul scăderii se numeşte diferență.

$a - (+b) = a - b \qquad a - (-b) = a + b$

Înmulțirea

• Două numere întregi se înmulțesc astfel: se înmulțesc modulele celor două numere întregi, iar semnul produsului este dat de regula:

$- \cdot - = +\ ;\ - \cdot + = -\ ;\ + \cdot + = +$

Proprietăți:

1. Înmulțirea este:
   comutativă: $a \cdot b = b \cdot a$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}$
   asociativă: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$
   distributivă față de adunare şi scădere:
   $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$
   $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{Z}$
2. Numărul 1 este element neutru la înmulțire:
   $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$

3. Orice număr întreg sau produs înmulțit cu 0 are ca rezultat tot 0: $a \cdot 0 = 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$

4. Orice număr întreg înmulțit cu –1 dă opusul său:
$a \cdot (-1) = -a$; $-a \cdot (-1) = +a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$

Împărțirea
Se face conform formulei:

$$\frac{D}{I} = C \Rightarrow D = I \cdot C,$$

unde D = deîmpărțit; I = împărțitor; C = cât

Puterea unui număr întreg, cu exponent număr întreg

$a^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^2 = a \cdot a$; $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{de n ori}}$, $a \neq 0$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$;

$a^m : a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$, $m, n \in \mathbb{N}$

$(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $a, b \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$

MEDII

Media aritmetică (m_a):

$m_a = \frac{x+y}{2}$ generalizare: $m_a = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

Media geometrică sau proporțională (m_g):

$m_g = \sqrt{x \cdot y}$ generalizare: $m_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$

$x > 0, y > 0$ $x_1 > 0, x_2 > 0, \ldots, x_n > 0$

Media armonică (m_h):

$m_h = \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{x+y}$, $x > 0, y > 0$

generalizare:

$m_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$, $x_1 > 0, x_2 > 0, \ldots, x_n > 0$

Media ponderată

$m_p = \frac{p \cdot x + q \cdot y}{p+q}$, $p > 0$, $q > 0$, p, q – pondere

generalizare: $m_p = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \ldots + p_n \cdot x_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$

$p_1 > 0$, $p_2 > 0$, ….. $p_n > 0$, p_k – pondere

Media pătratică:

$$m_{\text{pătratică}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

MONOAME, POLINOAME

MONOM

Definiție: Expresia algebrică care reprezintă produsul dintre un coeficient și un număr finit de variabile reale ridicate sau nu la diverse puteri, numere naturale. Variabilele sunt litere ce pot lua diferite valori

• **Forma canonică** a unui monom: se scrie mai întâi coeficientul monomului, apoi variabilele în ordine alfabetică, la diverse puteri.

• **Gradul** unui monom este suma exponenților literelor care alcătuiesc monomul.

• **Produsul** a două sau mai multe monoame este tot un monom în care coeficienții și variabilele s-au înmulțit între ei.

• **Puterea n** a unui monom, diferit de zero, este tot un monom, în care fiecare factor a fost ridicat la puterea n.

• Prin **împărțirea** a două monoame (împărțitorul ≠ 0) rezultă tot un monom, în care coeficienții și variabilele s-au împărțit.

POLINOM

Definiție: O sumă de monoame care formează o expresie. Monoamele se numesc termeni.

• **Termeni asemenea** – monoamele care au aceeaşi parte literară la aceleaşi puteri.

• **Reducerea termenilor asemenea** – însumarea algebrică a termenilor asemenea, prin însumarea coeficienţilor monoamelor asemenea

• **Puterea polinomului** P este $P^n = P \cdot P \cdot P \cdot \ldots \cdot P$ (n factori de P).

• **Gradul polinomului** este gradul cel mai mare al unuia dintre monoamele componente.

• **Adunarea polinoamelor** este operaţia prin care se reduc termenii asemenea.

Proprietăţi:

1. Comutativitatea şi asociativitatea
   $P + Q = Q + P; \quad P + (Q + R) = (P + Q) + R$
2. Cifra 0 nu operează la adunare $P + 0 = P$
3. Opusul lui P este –P

• **Scăderea polinoamelor**

$$D + (-S) = R,$$

unde D – descăzut, S – scăzător, R – rest

• **Înmulţirea a două polinoame** este operaţia din care rezultă al treilea polinom, obţinut prin înmulţirea fiecărui termen din primul polinom cu fiecare termen din al doilea polinom.

$$P \cdot Q = PQ$$

Proprietăţi:

Înmulţirea este comutativă, asociativă şi distributivă faţă de adunarea şi scăderea polinoamelor

$$P \cdot Q = Q \cdot P$$
$$P \cdot (Q \cdot S) = (P \cdot Q) \cdot S$$
$$P \cdot (Q \pm S) = P \cdot Q \pm P \cdot S$$

• **Împărţirea polinoamelor**

$$\frac{D}{I} = C + \frac{R}{I},$$

unde D – deîmpărţit, I – împărţitor, C – cât, R – rest

TEOREME

1. Restul împărţirii polinomului P(x) la binomul $(x \pm a)$ se obţine calculând $P(\mp a)$.
2. Un polinom P(x) este divizibil cu binomul $(x \pm a)$ dacă şi numai dacă $P(\mp a) = 0$
3. Teorema lui Bezóut: Numărul a este rădăcina polinomului P(x) numai dacă binomul $(x - a)$ divide P(x).

Descompunerea polinoamelor în factori

Metode de calcul:

1. Scoaterea factorului comun

Ex.: $a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d = a(b + c - d)$

2. Folosind formele de calcul prescurtat în care coeficienţii factorilor sunt numere raţionale.

Formule de calcul prescurtat

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$

$(a \pm b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab + 2ac \pm 2bc$

$(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

$a^4 + b^4 = (a^2 + \sqrt{2} \cdot ab + b^2)(a^2 - \sqrt{2} \cdot ab + b^2)$

$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) =$

$\quad = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$

$a^4 + 1 = (a^2 + \sqrt{2} \cdot a + 1)(a^2 - \sqrt{2} \cdot a + 1)$

$a^4 + a^2 + 1 = (a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)$

$a \pm 1 = (\sqrt[3]{a} \pm 1)(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{a} + 1)$

$a \pm b = (\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})$

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})$

$(a - 1)^2(a + 1)^2 = [(a - 1)(a + 1)]^2 = (a^2 - 1)^2 =$

$\quad = a^4 - 2a^2 + 1$

C.m.m.d.c. a două sau mai multe polinoame:

Metode de calcul:

– se descompune polinomul în factori primi la diverse puteri şi în expresii ireductibile

– se face produsul factorilor primi şi a expresiilor ireductibile la cele mai mici puteri

C.m.m.d.c. este mai mic sau cel mult egal cu cel mai mic polinom luat în calcul.

C.m.m.m.c a două sau mai multe polinoame

Metode de calcul:

– se descompun polinoamele în factori primi şi în expresii ireductibile

– c.m.m.m.c. este produsul factorilor comuni şi necomuni rezultaţi din descompunere, luaţi o singură dată, cu exponentul cel mai mare.

FUNCŢII

Funcţia este definită ca legătura dintre elementele a două mulţimi pe bază de corespondenţe (legi):

$$\mathbf{f : A \to B},$$

A – domeniu de definiţie;

B – codomeniu (mulţimea în care funcţia ia valori)

x ∈ A, x – variabilă independentă

f(x) ∈ B, f(x) – imaginea în B a lui x din A prin f

y = f(x) – lege de corespondenţă